

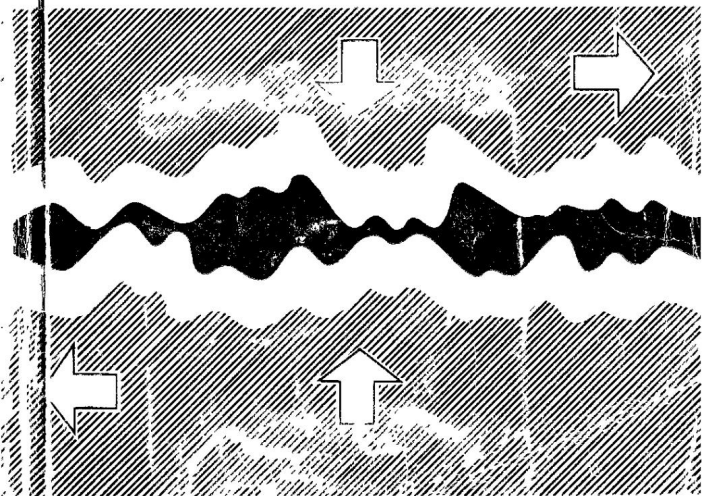
АКАДЕМИИ НАУК СССР

521.391

М 53

Н. М. Михин

# ВНЕШНЕЕ ТРЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ



ИЗДАТЕЛЬСТВО

6.21.321  
М62

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ТРЕНИЮ И СМАЗКАМ  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ

366100

Н. М. Михин

# ВНЕШНЕЕ ТРЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

ЭК

БИБЛИОТЕКА  
Брянского института  
транспортного машиностроения



---

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
МОСКВА  
1977

**М и х и н Н. М.** Внешнее трение твердых тел М., «Наука», 1977.

Рассматривается взаимодействие твердых тел при внешнем трении в зоне предварительного смещения. Приводятся выражения для вычисления коэффициента внешнего трения покоя при упругих и пластических деформациях в зонах фактического касания, учитывающие представления о молекулярно-механической природе внешнего трения.

Описываются оригинальные способы определения молекулярной составляющей коэффициента трения и фрикционных параметров  $\tau_0$  и  $\beta$ .

Приводятся механизм образования фактического контакта в зоне насыщения контакта и формулы для вычисления площади фактического касания и сближения в статике и при скольжении.

Книга предназначена для широкого круга научных работников, аспирантов, инженеров и студентов.

Табл. 7, ил. 101, библи. 353 назв.

Ответственный редактор  
доктор технических наук профессор  
**И. В. КРАГЕЛЬСКИЙ**

## ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие техники характеризуется повышенными требованиями к качеству машин, которое неразрывно связано с износостойкостью их подвижных сочленений. При внешнем трении износостойкость определяется силовыми взаимодействиями твердых тел [86, 95, 122] и влиянием на это взаимодействие среды, в которой они работают. Силовое взаимодействие твердых тел при трении, помимо его влияния на износ, обуславливает энергетические потери при работе машин, а также при осуществлении разнообразных технологических процессов. Поэтому определение сил трения имеет самостоятельное значение и учет их важен для широкого круга задач, например, задач теории пластичности и упругости [72, 212, 275], при обработке металлов резанием [146, 193], в теории машин и механизмов [155, 203] и т. д.

Существуют в основном три типа узлов трения. К первому типу относятся узлы, в которых требуется иметь минимально возможный в данных условиях коэффициент трения, например, в подшипниках скольжения, в направляющих, в зубчатых передачах, при скольжении лыж по снегу или грунту, в различных технологических процессах при обработке металлов резанием и давлением. В этих случаях между твердыми телами проявляется трение скольжения.

Ко второму типу узлов относятся пары трения, в которых требуется значительный коэффициент трения и в то же время небольшой износ трущихся деталей (фрикционные муфты сцепления, тормоза, фрикционные вариаторы и т. д.). Износ деталей является функцией коэффициента трения и возрастает при увеличении последнего. Поэтому в данных условиях коэффициент трения должен быть оптимальным и обеспечивать, с одной стороны, небольшой износ, с другой — достаточную силу трения.

К третьему, пожалуй, наиболее распространенному типу относятся пары трения, в которых требуется максимальный в данных условиях коэффициент трения. К этому типу относятся все сочленения, в которых внешнее трение используется для предотвращения относительного скольжения деталей, например, соединения прессовые, с натягом, болтовые, заклепочные, соединения нитей в тканях, устройства для передачи движения с помощью сил тре-

ния (ременная, фрикционные передачи), сцепление колеса с дорогой и т. д.

Благодаря простоте фрикционных устройств, удобству эксплуатации, относительной дешевизне и ряду других преимуществ передача движения с их помощью не потеряла своей актуальности и до настоящего времени. Например, повышение коэффициента сцепления колеса с основанием (коэффициента трения покоя) при достаточном коэффициенте трения в тормозах позволяет уменьшить тормозной путь. Это приводит к повышению производительности труда на транспорте, повышает безопасность движения и позволяет получать значительный экономический эффект при строительстве посадочных полос для самолетов.

Управление процессами внешнего трения, выбор режимов работы и материалов пар трения, обработки их поверхностей и создание узлов с заданным коэффициентом трения покоя невозможны без знания общих закономерностей образования сил трения покоя. В узлах третьего и частично второго типов между твердыми телами реализуется внешнее трение покоя. Таким образом, внешнее трение покоя чрезвычайно распространено в технике. Поэтому в данной книге приводится расчет силового взаимодействия твердых тел при внешнем трении покоя, а также результаты исследования закономерностей образования фактической площади касания в статике и при скольжении в широком диапазоне контурных давлений, действующих на трущиеся тела. Так как трение покоя имеет место в режиме предварительного смещения, то приводится анализ взаимодействия твердых тел при сдвиге и расчет контактного предварительного смещения. Полученные формулы для вычисления коэффициента трения покоя применимы также для вычисления коэффициента трения скольжения при скоростях скольжения, когда пренебрежимо мало изменение условий на контакте и механических свойств трущихся тел.

В книге внешнее трение покоя твердых тел рассмотрено в инженерно-физическом аспекте.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ

Для выбора расчетной модели процесса внешнего трения проведен анализ работ, в которых оно изучалось теоретически, исходя из определенных представлений о природе твердых тел и их взаимодействиях в зонах касания при относительном скольжении.

Впервые исследованием трения занимался Леонардо да Винчи (1508 г.). Им было сформулировано понятие о коэффициенте трения и установлено, что сила трения не зависит от геометрических размеров соприкасающихся поверхностей контактирующих тел. Позднее (1699 г.) последнее положение было подтверждено французским ученым Амонтоном [243], считавшим коэффициент трения не зависящим от площади касания при сохранении нормальных напряжений на поверхности раздела постоянными. Под коэффициентом трения  $f$  понимается отношение силы трения  $T$  к нормальной нагрузке  $N$ :  $f = T/N$ . Сила трения равна по величине и противоположна по направлению силе, необходимой для осуществления скольжения твердых тел в горизонтальной плоскости без ускорения.

Объяснение закона Амонтона дал Паран (1703 г.) исходя из того, что тела абсолютно жесткие и причиной трения является подъем одного тела по неровности другого, в этом случае коэффициент трения равен тангенсу угла наклона единичной неровности.

Гипотеза о неизменности коэффициента трения просуществовала сравнительно недолго. Леонард Эйлер на основании своих наблюдений пришел к выводу, что сила трения покоя, равная по величине и противоположная по направлению силе, необходимой для начала скольжения, больше силы трения скольжения, и дал формулу для расчета коэффициента трения скольжения [278]. При определении коэффициента трения скольжения он исходил из следующих соображений.

При движении тела по наклонной плоскости (рис. 1) на основании закона сохранения механической энергии для поступательного движения можно записать уравнение движения в следующем виде:

$$mv^2/2 = mgS \sin \alpha - TS,$$

где  $m$  — масса тела;  $g$  — ускорение свободного падения;  $S$  — пройденный путь;  $v$  — скорость скольжения тела;  $\alpha$  — угол наклона плоскости.

Проведя несложные преобразования, получаем

$$f = \operatorname{tg} \alpha - 2S/gt^2 \cos \alpha.$$

Эта формула, обоснованная строго математически, имеет физический недостаток, так как исходит из концепции абсолютно твердого тела. Эйлеру принадлежит также теория трения гибких

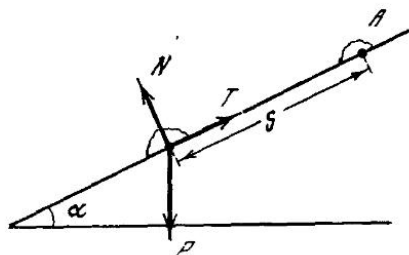


Рис. 1

нитей [279], которая и в настоящее время используется на практике [17, 194]. Полагая, что коэффициент трения нити о цилиндр остается неизменным, Эйлер получил следующее выражение для силы трения:}

$$T = Q_2 - Q_1 = Q_1 [\exp (f\alpha_1) - 1],$$

где  $\alpha_1$  — угол охвата;  $Q_2$  — усилие набегающего конца нити;  $Q_1$  — усилие сбегающего конца нити.

Механические теории трения, сформулированные Амонтоном, Параном, Эйлером и другими, не могут объяснить ряд явлений, происходящих при трении твердых тел.

Во-вторых, используя ее, нельзя объяснить зависимость коэффициента трения от механических свойств трущихся тел, установленную рядом исследователей [63, 113, 119, 147, 152—154, 183, 268 и др.].

Во-вторых, несправедливо основное положение Амонтона о неизменности коэффициента трения при неизменности давления, так как установлено, что при одинаковых удельных давлениях коэффициент трения зависит от чистоты поверхности [88, 160, 255, 258, 259, 283].

В-третьих, согласно выводам механической теории трения при уменьшении шероховатости следует ожидать снижения коэффициента трения. Однако по некоторым данным [120, 207, 208] имеется интервал изменения шероховатости, где с ее уменьшением коэффициент трения возрастает.

В-четвертых, механическая теория не в состоянии объяснить изменение силы и коэффициента трения в зависимости от времени продолжительности контакта [78, 90, 199].

Следующим этапом в развитии теории трения являются исследования Шарля Огюста Кулона [270]. Он установил, что сила трения складывается из двух частей, одна из которых зависит от сцепленности, другая — от силы нормального давления, т. е.  $T = A + f'N$ , где  $f'$  — одна из составляющих коэффициента трения;  $A$  — сцепленность.

Таким образом, Кулон был первым ученым, который при расчете сил трения учитывал молекулярную составляющую сил трения  $A$ , называемую им силой сцепленности. Предложив этот закон трения, Кулон не дал правильное физическое объяснение составляющим трения и в первую очередь составляющей, характеризующей сцепленность. Физический смысл этой составляющей был раскрыт гораздо позже в работах Томлинсона и Дерягина, которые объяснили ее межмолекулярными взаимодействиями между трущимися телами. Впервые гипотеза о влиянии на трение сил молекулярного притяжения была высказана Девагюлье [274]. В дальнейшем ее наиболее полно разработали Прандтль [326], Томлинсон [349] и Б. В. Дерягин [51]. В основе теории трения, предложенной Томлинсоном [349], лежит понятие об устойчивом состоянии атомов в кристаллической решетке твердых тел, которое обусловлено определенными соотношениями между межатомными силами отталкивания и притяжения. Эти силы проявляются в точках фактического контакта, в которых трущиеся тела будут очень близко соприкасаться друг с другом. Вычисляя силу взаимодействия между молекулами и предполагая силу трения прямо пропорциональной площади касания, Томлинсон для случая упругого контакта шара с плоской поверхностью образца (случай Герца) определил коэффициент трения в следующем виде:

$$f = \frac{c_1 w R^{3/2}}{l N^{1/2}} \left[ \frac{3K_a + 4g_a}{g_a(3K_a + g_a)} + \frac{3K_b + 4g_b}{g_b(3K_b + g_b)} \right]^{1/2},$$

где  $R$  — радиус шара;  $g$  — модуль сдвига;  $K$  — модуль сжатия;  $a$  — индекс для шара;  $b$  — индекс для плоскости;  $c_1$  — коэффициент, зависящий от направления движения;  $w$  — работа, затрачиваемая на отрыв одной пары молекул;  $l$  — расстояние между центрами молекул;  $N$  — нормальная нагрузка.

На основании экспериментов и расчета им было найдено, что  $c_1 w R^{3/2} / l N^{1/2} = 0,18 \cdot 10^8$ .

Однако более поздние исследования [84, 121] не подтвердили эту зависимость. И. В. Крагельский [121] показал, что сила трения не прямо пропорциональна площади фактического контакта (как это следует по Томлинсону), а пропорциональна этой площади в степени больше единицы.

В. Д. Кузнецов [130] пришел к выводу, что в процессе трения чистых поверхностей при увеличении давления происходит смятие поверхностей, приводящее к образованию в зоне раздела



как бы одного тела. Это промежуточное тело подвержено сдвигающим напряжениям, поэтому автор склонен считать, что в данном случае происходит не внешнее, а внутреннее трение.

В зоне касания имеет место молекулярное взаимодействие между контактирующими телами, приводящее к образованию связей. В. Д. Кузнецов считает, что на процесс образования связей большое влияние оказывает химическое сродство контактирующих тел.

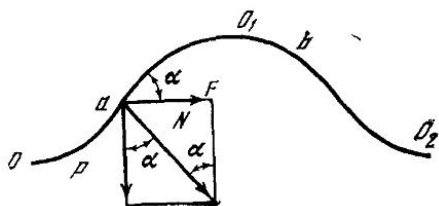


Рис. 2. Траектория движения центра тяжести верхнего тела при тангенциальном перемещении

Наибольшее сродство должно быть между атомами одинаковых металлов, поэтому коэффициент трения должен быть больше при использовании одинаковых материалов. На практике этот вывод в большинстве случаев подтверждается. Однако при трении однородных материалов, как показывает анализ, более высокое значение коэффициента внешнего трения вызвано не только сродством молекул и образованием более прочных связей, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, но также и тем, что в зоне касания могут наблюдаться только упругие или упругопластические деформации, при которых коэффициент трения выше, чем при пластических деформациях в зоне касания. Недостаток данной теории заключается в том, что в ней не определяются свойства промежуточного слоя, поэтому, используя ее, невозможно рассчитать коэффициент трения.

Б. В. Дерягин [51] дал новое обоснование молекулярной теории трения, построенной на учете молекулярной шероховатости поверхностей, являющейся следствием дискретной структуры вещества. При расчете сил трения предполагается, что расположение и размер атомов контактирующих тел не меняются, что целостность каждого тела обеспечивается силами межмолекулярного притяжения и отталкивания. Согласно Б. В. Дерягину,

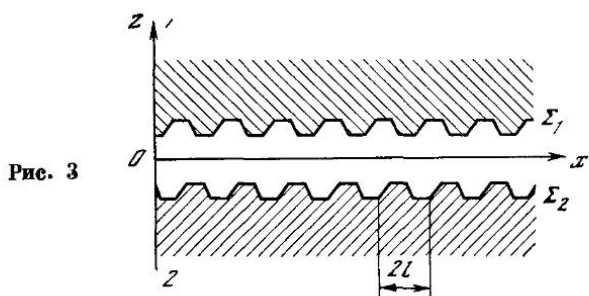
$$f = f_0 (1 + s_0 p_0 / N), \quad (1.1)$$

где  $p_0$  — удельная сила молекулярного притяжения;  $s_0$  — площадь фактического контакта;  $f_0$  — значение коэффициента трения при  $p_0 = 0$ ;  $f_0 = \operatorname{tg} \alpha$  (рис. 2).

Уравнение (1.1) нашло экспериментальное подтверждение в ряде работ [52, 53, 131]. Из этой теории вытекает, что если бы трение было обусловлено только молекулярной шероховатостью контактирующих тел, то величина предварительного смещения, имеющего место в начальный момент сдвига, должна бы быть близкой

к величине постоянной кристаллической решетки и не должна зависеть от нагрузки. Однако это противоречит данным ряда авторов [26, 91, 101, 200 и др.], которые указывают на наличие зависимости предварительного смещения от нагрузки.

Американскими исследователями Эрнстом и Мерчантом [277] была выдвинута теория, объясняющая трение твердых тел срезанием интерметаллических соединений, образующихся в точках



реального контакта. В основе теории лежат следующие предположения:

1. Всегда имеет место только пластический контакт, причем напряжение на контакте не зависит от нагрузки и обусловлено твердостью тела.

2. При взаимном сжатии металлы, освобожденные от поверхностных пленок, мгновенно диффундируют, образуя интерметаллические соединения, которые срезаются при относительном перемещении тел. В конечном виде согласно этой теории коэффициент трения равен  $f = (S/HB) + \operatorname{tg} \theta$ , где  $S$  — прочность соединения на срез;  $HB$  — твердость материала по Бринеллю;  $\theta$  — угол наклона площадки, на которой образовалось соединение, к направлению движения.

Для идеально гладких поверхностей коэффициент трения  $f = S/HB$ .

Опыты Эрнста и Мерчанта по трению одинаковых металлов в вакууме  $10^{-4}$  мм рт. ст. показали, что коэффициенты трения, определенные расчетным путем и из экспериментов, совпадают. Однако для разных металлов соответствие между теорией и экспериментами значительно меньше. Кроме того, следует учесть, что в реальных телах во взаимодействие вступают не сами металлы, а покрывающие их пленки, для которых отсутствуют данные по скрытой теплоте плавления. К сожалению, этот факт до сих пор недостаточно проверен.

Весьма интересной является теория трения, выдвинутая Э. И. Адировичем и Д. Н. Блохинцевым [242]. Авторы рассматривают трение на примере двух абсолютно упругих шероховатых тел, неровности которых моделированы в виде призм (рис. 3). Высота этих призм одинакова, и они строго регулярно распределены

по оси координат  $Ox$ . Сила трения при скольжении тела 1 относительно 2 с малой скоростью объясняется диссипацией энергии за счет упругих волн, возникающих при взаимодействии неровностей поверхности, которое имеет характер коротких импульсов ударов. Поверхности твердых тел, находящихся в контакте, на самом деле находятся на некотором расстоянии, обусловленном силами отталкивания между молекулами.

Определив мощность  $q$ , рассеиваемую при перемещении тела 2, и учитывая, что удельная сила трения (сила трения на  $1 \text{ см}^2$ )  $\tau = q/v$ , после некоторых преобразований авторы находят удельную силу трения в виде

$$\tau = \frac{1}{vT \sqrt{\rho E}} \int_0^T f_a^2(v; t) dt + \frac{1}{v \sqrt{\rho(\lambda + 2E)T}} \int_0^T f_p^2(v; t) dt,$$

где  $\rho$  — плотность;  $E$  — модуль упругости;  $f_a(v, t)$  — напряжение среза в плоскости  $\Sigma_1$ , возникающее как результат взаимодействия поверхностных слоев в некоторый момент времени  $t$ ;  $f_p(v, t)$  — удельное давление на плоскости  $\Sigma_2$ ;  $T = 2l/v$  — период взаимодействия.

Следует отметить, что теория Э. И. Адировича и Д. Н. Бланда справедлива только при наличии упругого контакта в точках фактического касания, тогда как во многих случаях в зоне контакта имеет место пластическая деформация. Кроме того, предположение авторов о точном распределении неровностей в одном направлении весьма приближенно. Исследованиями А. С. Ахматова [8] показано, что рассеивание энергии на генерацию упругих волн при трении мало по сравнению с другими процессами взаимодействия неровностей.

Концепция, объясняющая процесс трения срезанием соединений, была развита Боуденом с сотрудниками [260], полагающими, что трение твердых тел обуславливается, с одной стороны, образованием и срезанием адгезионных соединений в точках фактического контакта, а с другой — сопротивлением пропахиванию пластического материала твердыми неровностями. Поэтому сила трения будет равна сумме двух сопротивлений

$$T = S + P,$$

где  $S$  — общее сопротивление срезу в точках фактического контакта;  $P$  — общее сопротивление пропахиванию более мягкого материала.

Однако, по мнению авторов, пропахивающая составляющая пренебрежимо мала по сравнению с адгезионной составляющей (составляет приблизительно 0,1 и менее от адгезионной составляющей). Это предположение они проверили экспериментально при скольжении по индию инденторов трех форм (рис. 4):  $a$  — шара;  $b$  — длинного цилиндра с образующей, параллельной направлению движения;  $c$  — очень короткого цилиндра. Причем

радиусы всех трех инденторов были одинаковые. Оказалось, что сила трения для цилиндрического индентора была максимальной, а для цилиндрической лопатки минимальной. Разность в силе трения обусловлена тем, что площадь цилиндра самая большая и, следовательно, больше образуется адгезионных соединений и больше сила трения. Опираясь на результаты экспериментов, Боуден, Мур, Тейбор [260] предлагают учитывать только адгезионную

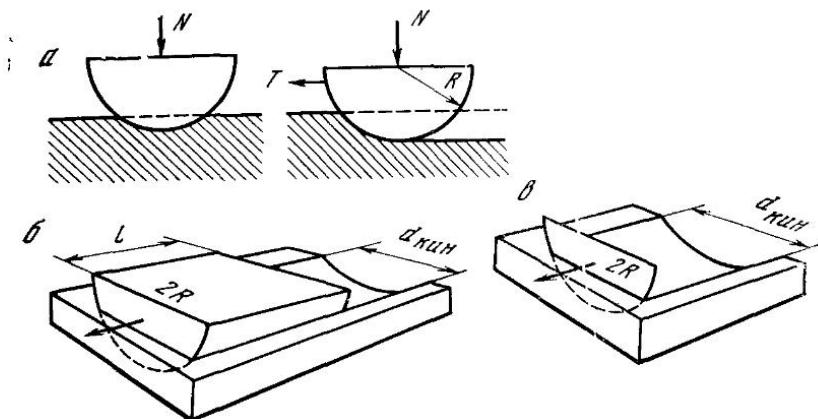


Рис. 4

часть трения и определять коэффициент трения по следующей формуле:

$$f = s/p, \quad (1.2)$$

где  $s$  — прочность на срез более мягкого материала трущейся пары;  $p$  — среднее нормальное напряжение на контакте, в случае внедрения  $p = HB$ , т. е. коэффициент трения зависит только от механических свойств срезающихся адгезионных соединений и твердости мягкого материала по Бринеллю.

Такое предположение справедливо, очевидно, только при небольших величинах относительного внедрения ( $h/R \leq 0,02$ ), тогда величина пропахивающего усилия очень мала. С увеличением глубины относительного внедрения пропахивающая составляющая возрастает [114, 125] и при некоторых значениях становится равной адгезионной составляющей или превосходит ее. Если пользоваться формулой (1.2), то в случае чисто пластического контакта для шара нельзя получить коэффициент трения больше 0,178.

Действительно, при условии идеальной пластичности  $p \approx 2,8 \sigma_s$ , а  $s = \sigma_s/2$ , следовательно,  $f$  получается равным  $f = \sigma_s/2 \cdot 2,8 \sigma_s = 0,178$ .

Учитывая, что практически всегда трущиеся тела покрыты пленками [6, 8], которые разрушаются только при больших де-

формациях материала [320], можно предположить, что металлический контакт в реальных условиях почти не имеет места, а соединения образуются между пленками, покрывающими твердые тела. Поэтому соединения часто имеют прочность на срез меньше, чем прочность на срез основного материала, следовательно, предельная величина коэффициента трения в случае пластического контакта получается еще меньше, что противоречит данным многих исследователей.

Для объяснения этого противоречия А. П. Грин провел [287, 286] исследование взаимодействия образующихся в процессе скольжения металлических соединений. На основании предложенной модели, используя теорию пластичности, он дал анализ нормальных и касательных напряжений, возникающих в металлическом соединении при относительном скольжении тел. При расчете были сделаны следующие допущения:

1. Материал образовавшегося соединения изотропен и обладает идеально пластическими свойствами.

2. Прочность металлического соединения характеризуется его способностью противодействовать относительному перемещению поверхностей в области соединения.

3. Металлическое соединение имеет в общем случае форму клина.

Используя метод линий скольжения, разработанный в теории пластичности, А. П. Грин [287] дал решение для плосконапряженного и плоскодеформированного состояния металлических соединений с клиновыми сторонами в начале сдвига и при устойчивом скольжении. Приводим его выводы только для установившегося движения, которое наиболее часто встречается при трении.

Схема к расчету напряжений в металлическом соединении приведена на рис. 5. Величины средних касательных  $s_1$  и средних нормальных  $p_1$  напряжений определяются следующим образом:

$$s_1 = s'_1 - \left( \frac{p'_1 + s_1 \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \right) \operatorname{tg} \delta, \quad p_1 = (p_1 + s_1 \operatorname{tg} \delta) / (1 + \operatorname{tg}^2 \delta),$$

где  $p'_1$  и  $s'_1$  — соответственно средние нормальные и касательные напряжения, получающиеся при рассмотрении задачи теории пластичности в общем случае;  $\delta$  — угол наклона плоскости соединения к поверхности скользящих тел.

Величина этих напряжений, определяемая для устойчивого скольжения равна

для плоско-деформированного состояния при  $\theta' \leq \theta \leq \pi/4$

$$p'_1 = \left( 1 + \frac{\pi}{2} - 2\theta + \operatorname{tg} \delta \right) k,$$

$$s'_1 = \left[ 1 + \left( 1 + \frac{\pi}{2} - 2\theta \right) \operatorname{tg} \delta \right] k;$$

для плосконапряженного состояния при  $\theta' < \theta \leq \arctg(1/\sqrt{2})$  и  $\delta > \delta_0$

$$p'_1 = k \left( \frac{2 \sin \delta_0 + \cos \delta_0 \operatorname{tg} \delta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \delta}} \right),$$

$$s_1 = k (4 \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta + \cos \delta_0) / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \delta},$$

при  $\delta < 0$

$$p'_1 = k \cdot 3 \sin \delta / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \delta},$$

$$s'_1 = k (4 \sin \delta \operatorname{tg} \delta + \cos \delta) / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \delta},$$

где  $\delta = \arctg(1/2 \operatorname{ctg} \varphi_d)$ ;  $\varphi_d = \theta + 19^\circ 28'$  — значение угла, определяющего область недеформируемой зоны;  $k$  — пластическая постоянная.

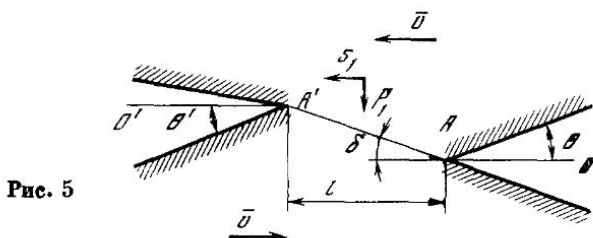


Рис. 5

Следует отметить, что решение А. П. Грина при малых значениях угла  $\theta$  неточно, так как при этом в металлическом соединении происходит чистый срез. Если учесть, что металлические соединения образуются лишь в очень сближенных поверхностях и, следовательно, имеется очень маленький угол  $\theta$ , то можно ожидать весьма узкого применения решений А. П. Грина в расчетах коэффициента трения.

В более поздних работах Боуденом и Тейбором [22] значительные по величине коэффициенты внешнего трения объясняются уменьшением средних нормальных напряжений на контакте, происходящем в результате увеличения площади образовавшегося соединения под действием нормальных и касательных напряжений. При сложном напряженном состоянии, возникающем в соединении при относительном скольжении трущихся тел, между нормальными напряжениями  $p$  и касательными  $k$  существует, по Боудену и Тейбору, следующая зависимость:

$$p^2 + \alpha' k^2 = p_0^2 \quad (1.3)$$

где  $\alpha'$  — коэффициент, изменяющийся по данным различных авторов [272, 280],  $3,3 \leq \alpha' \leq 25$ ;  $k$  — пластическая постоянная,  $k = \sigma_s/2$ ;  $p_0$  — давление текучести на контакте.

Полагая, что действующие касательные напряжения  $s$  прямо пропорциональны напряжениям среза  $s' = \theta k$  (где  $\theta$  — некото-

рый коэффициент, меньший единицы), авторы получили уравнение для вычисления коэффициента трения в следующем виде:

$$f = [\alpha'^{1/2} (\theta^{-2} - 1)]^{-1}. \quad (1.4)$$

Из уравнений (1.3), (1.4) следует, что при  $\theta \rightarrow 1$  величина  $f \rightarrow \infty$ . При  $\alpha' = 4\rho_0^2/\sigma_s^2$

$$f = s'/p. \quad (1.5)$$

Однако формула (1.5) отличается от (1.2), так как в формуле (1.2) в числителе стоит величина  $s$  — прочность на срез мягкого материала, которая не зависит от состояния поверхностей твердых тел. Полученные выводы применимы только в том случае, когда при контактировании неровностей они расплющиваются. Однако более часто деформирование неровностей сопровождается внедрением более жестких неровностей в менее жесткие. Авторы теории в ряде случаев [22] отмечают необходимость учета пропавшей составляющей коэффициента трения. Таким образом, в более поздних работах представления английских исследователей о природе трения значительно изменились и в настоящее время мало отличаются от взглядов советских исследователей [91, 96].

И. В. Крагельским была выдвинута [106] и в дальнейшем развита молекулярно-механическая теория трения. Согласно этой теории [108] трение обуславливается в основном деформированием тонкого поверхностного слоя материала внедрившимися неровностями и сопротивлением разрушению пленок, покрывающих тела. Теория основывается на предположении, что при контактировании тел всегда имеет место относительное внедрение тел. Причем сила межмолекулярного взаимодействия в зоне контакта увеличивает деформируемый объем материала и тем самым увеличивает силу трения, которая в общем случае выражается следующим образом:

$$T = \Sigma T_i = T_d + T_s,$$

где  $T_d$ ,  $T_s$  — сопротивления, обусловленные деформированием тонкого слоя материала и межмолекулярными взаимодействиями соответственно.

Коэффициент трения согласно этой теории в общем случае выражается следующим образом:

$$f = k \frac{h\sigma_x}{d\sigma_z} + \frac{\tau_{пл} S_{пл}}{N}, \quad (1.6)$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  — напряжения отеснения в тангенциальном и вертикальном направлениях;  $h$  — величина внедрения неровности;  $d$  — ширина дорожки трения;  $k$  — коэффициент, учитывающий реально деформируемый объем,  $k > 1$ ;  $\tau_{пл}$  — прочность пленки на срез;  $S_{пл}$  — площадь, на которой произошло сцепление пленок.

Анализ трения при упругом контакте произведен Лоджем и Хоувеллом [312], которые определили тангенциальные силы, возникающие при идеально упругом контакте. При расчете были сделаны следующие предположения:

1. Плоскости единичных контактов параллельны плоскости скольжения, т. е. угол  $\theta$  велик (рис. 6).
2. Деформация чисто упругая.
3. Площадь касания, определяемая по Герцу, не зависит от силы трения. Основой для такого допущения служит контактная

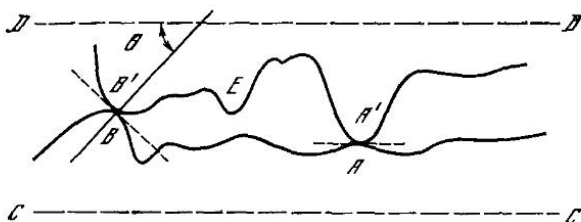


Рис. 6

задача теории упругости, решенная Р. Д. Миндлиным [316], согласно которой тангенциальные силы не влияют на площадь контакта.

4. Трение достигает предельного значения во всех областях контакта одновременно.

5. Все области контакта имеют круглую форму.

6. В отдельной области предельная сила трения в каждой точке элементарной площади касания  $\tau_i = \mu p_i^n$ , где  $p_i$  — элементарная вертикальная реакция;  $\mu$  — коэффициент пропорциональности между касательными и нормальными напряжениями на контакте;  $n$  — показатель степени.

Коэффициент трения по Лоджу и Хоувеллу выражается следующим образом:

$$f = \mu' N^{(1-n)(1-\beta)} \left( \frac{h+1}{1+hn} \right) k_i^{1-n},$$

где  $\beta$  — коэффициент, одинаковый для всех выступов;  $k_i'$  — коэффициент, зависящий от геометрических и механических свойств поверхностей;  $h$  — коэффициент, по Герцу,  $h = 1/2$ .

Спурр [340], исследуя скольжение твердых сфер по мягким пластинам при пластическом контакте, приходит к выводу, что пренебрегать пропахивающей составляющей можно лишь при весьма малых внедрениях. Так, он определяет адгезионную (по нашей терминологии молекулярную) составляющую коэффициента трения для сферы диаметром 12,57 мм при нагрузке, равной 1 кгс, а исследование ведет при нагрузках до 600 кгс. При определении пропахивающей составляющей коэффициента трения автор предполагает, что нормальные напряжения на контакте и напряжения оттеснения в тангенциальном направлении равны давлению текучести при вдавлении шарового индентора.



Используя это предположение, Слурр предлагает следующее выражение для расчета пропахивающей составляющей коэффициента трения:

$$f = 4d/3\pi D,$$

где  $d$  — ширина дорожки, образующейся при скольжении шарика;  $D$  — диаметр шарика.

Сравнение результатов расчета с экспериментом показало хорошее совпадение. Однако автор не дает выражения для расчета коэффициента трения при скольжении шероховатых тел.

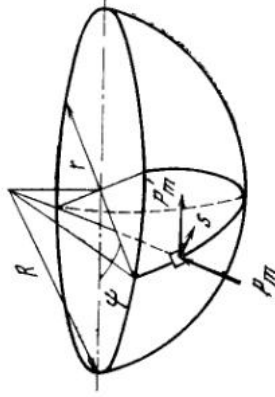


Рис. 7

Годдард и Вилман [292] предложили формулу для расчета коэффициента трения, учитывающую адгезию в зоне контакта и пропахивание материала абразивными зернами при трении шкурки по различным металлам. Абразивные частички моделируются в виде сферы, конуса и пирамиды, и для всех моделей производится расчет. Ввиду того, что в указанных трех случаях нет принципиального различия, приводим результаты только для сферической модели.

Для определения деформационной составляющей силы трения авторы принимают нормальные напряжения в произвольной точке равными давлению текучести. Проектируя нормальное напряжение, перпендикулярное направлению движения, и дежав маленькую нагрузку, получают следующее выражение для пропахивающей составляющей коэффициента трения:

$$f = \frac{2p'_m}{\pi p_m} \left[ \frac{R^2}{r^2} \sin^{-1} \frac{r}{R} - \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \right],$$

где  $p_m$  — нормальное напряжение;  $p'_m$  — проекция нормального напряжения на плоскость, перпендикулярную направлению движения;  $R$  — радиус шара;  $r$  — радиус пятна касания.

Адгезионная составляющая коэффициента трения равна

$$f_{\text{адг}} = \frac{s}{p_m} \frac{4R^2}{\pi r^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2} \right],$$

где  $s$  — касательные напряжения на поверхности шара.

Сопоставив расчетные данные с экспериментом, авторы отметили, что расчетные значения выше экспериментальных. Они склонны эту разницу относить за счет отклонения частиц от реальной формы, по нашему мнению, эта разница объясняется меньшей адгезией в зоне контакта, чем принята авторами. Недостатком работы Годдарда и Вилмана является то, что в ней число выступов предполагается постоянным и расположенным на одном уровне, а это не совсем справедливо применительно к поверхности реального тела.

Интересное физическое исследование образования и разрушения адгезионных соединений провел М. П. Левицкий [133]. Он предложил, применяя кинетическую теорию скоростей процессов и теорию активного комплекса для изучения процессов образования и разрушения адгезионных соединений между трущимися поверхностями, следующее выражение для определения составляющей коэффициента трения, обусловленной срезанием соединений,

$$\mu = \mu_0 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{akT}{v\hbar} x \exp \left( - \frac{\Delta F^{*+}}{RT} \right) \right) \right],$$

где  $\mu_0$  — часть коэффициента трения покоя, обусловленная прочностью адгезионных соединений;  $a$  — постоянная атомной решетки твердых тел, равная приблизительно  $3 \cdot 10^{-8}$  см;  $v$  — относительная скорость скольжения, см/сек;  $x$  — трансмиссионный коэффициент;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура, °К;  $b$  — постоянная Планка;  $\Delta F^{*+}$  — свободная энергия активации в стандартном состоянии;  $R$  — универсальная газовая постоянная.

При выводе формулы скорости разрушения соединения не учитывалась. Такой подход был подвергнут критике Лингом и Сайбелом [311], которые обобщили результаты теории Левицкого на случай, когда в кинетике процесса учитываются скорости образования и разрушения адгезионных соединений, и, используя механизм трения реальных тел, предложили новую кинетическую теорию трения.

По Лингу и Сайбелу, коэффициент трения равен:

$$f_w = \frac{s}{p} \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_w - E_f}{RT} \right) \right]^{-1} \times \left\{ 1 - \exp \frac{LC}{v} \left[ \exp \left( - \frac{E_w}{RT} \right) + \exp \left( - \frac{E_f}{RT} \right) \right] \right\},$$

где  $s$  — прочность на срез фрикционного соединения;  $p$  — среднее нормальное напряжение на контакте;  $E_w$  и  $E_f$  — соответственно энергии образования и разрушения соединений;  $C$  — некоторый коэффициент;  $L$  — среднее расстояние между неровностями;  $v$  — скорость скольжения;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T$  — температура.

Молекулярная составляющая силы трения применительно к резине определяется молекулярно-кинетической теорией, вы-

001996

двинутой Г. М. Бартевым [10] для трения резины по твердой гладкой поверхности (высота микронеровностей  $H = 50 \text{ \AA}$ ). Теория основывается на том, что при контакте резины с поверхностью твердого тела отдельные молекулярные цепи, составляющие резину, как бы приклеиваются к поверхности контакта. Число таких цепей зависит от шероховатости трущихся поверхностей и величины нормального давления, причем каждая цепь находится в контакте ограниченное время, а затем совершает перескок и образует новое место контакта. Когда тела находятся в неподвижном состоянии, при отсутствии тангенциальных сил, цепи совершают беспорядочные перескоки. При приложении тангенциальных сил они начинают перескакивать в направлении действия этих сил. Коэффициент трения в этом случае

$$f = 2n_k k T z / \lambda p,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура установившегося процесса;  $z$  — функция, обратная функции Бесселя;  $\lambda$  — средняя длина перехода из одного положения в другое;  $p$  — нормальное давление;  $n_k$  — число цепей, находящихся в контакте с твердой поверхностью, отнесенное к единице нормальной площади контакта.

Формула Бартева объясняет адгезионную составляющую трения высокомолекулярных соединений при трении их по очень гладким поверхностям. Деформационная составляющая для резины и других эластичных тел может быть вычислена по формулам, предложенным Тейбором [346]. По теории Тейбора, выдвинутой в 1952 г., трение при упругом контакте обуславливается гистерезисными потерями в резине. Поэтому она в основном применяется для расчета сил трения резин при смазке. Нами приводятся основные положения этой теории исходя из последней работы Гринвуда, Миншелла, Тейбора [288]. Согласно гипотезе о гистерезисных потерях сила трения  $T = \alpha \Phi$ , где  $\alpha$  — коэффициент гистерезисных потерь материала;  $\Phi$  — энергия, затраченная на деформирование материала при скольжении на единицу пути.

Используя для определения давления на контакте формулу Герца и выражая работу через напряжение и деформированный объем, Гринвуд, Миншелл и Тейбор получают следующую зависимость для деформационной составляющей коэффициента трения:

$$f = \frac{3}{16} \alpha \frac{r}{R},$$

где  $r$ ,  $R$  — соответственно радиусы дорожки трения и индентора.

Рассматривая движение полусферического ползуна по свеже-срезанным поверхностям различных металлов, Г. И. Ешифанов [64] выдвинул гипотезу, по которой трение обуславливается прочностью материала на срез. Причем площадь, по которой происходит срез, несколько больше фактической площади касания. Дальнейшее развитие теории сдвигообразования при трении полу-

чила в работах [65—67], выполненных Г. И. Епифановым со своими сотрудниками.

По Г. И. Епифанову, в случае пластического контакта:

$$f = \frac{\tau_0}{P_m} + K,$$

где  $\tau_0$  — прочность металла на сдвиг при  $p = 0$ ;  $P_m$  — нормальное напряжение;  $K = d\tau/dp$  — коэффициент, выражающий скорость изменения касательных напряжений при изменении  $p$ .

Следует отметить, что Г. И. Епифановым рассмотрен предельный случай, когда на всей поверхности соединения, образующиеся в результате межмолекулярных взаимодействий, настолько прочны, что нет скольжения материала относительно сферы.

Однако на практике часто имеет место проскальзывание материала относительно неровности и в этом случае для расчета коэффициента трения наиболее подходит формула И. В. Крагельского [106]. Однако в этой формуле напряжения  $\sigma_z$  и  $\sigma_x$  необходимо определять в каждом конкретном случае.

Значения  $\sigma_z$  и  $\sigma_x$  для идеально пластического контакта получены [172] при исследовании движения жесткого шарового индентора по пластически деформируемому полупространству. Вычисления (более подробно см. главу 3) производились исходя из того, что материал полупространства обладает свойствами идеально жесткопластического тела, а на границе раздела шаровой индентор — деформируемое полупространство наблюдаются молекулярные взаимодействия. Показано, что между молекулярной и деформационной составляющими коэффициента трения существует сложная зависимость. Однако с небольшой погрешностью можно считать, что коэффициент внешнего трения равен арифметической сумме двух составляющих — молекулярной и деформационной. Анализ изменения коэффициента трения при упрочнении материала полупространства проведен в работе [57].

Изучая трение и износ при скольжении алмазного индентора по единичным кристаллам, Штейн [341] также установил, что сила трения будет зависеть от деформирования индентором поверхностного слоя и адгезионного взаимодействия на границе раздела. В результате расчетов коэффициент трения определяется следующим образом:

$$f = f_{\text{адг}} + f_{\text{деф}} = k_{\text{адг}}\tau N^{(2-n)/n} + k_{\text{деф}}\sigma_s N^{(3-n)/n},$$

где  $k_{\text{адг}}$  — коэффициент пропорциональности у адгезионной составляющей коэффициента трения;  $k_{\text{деф}}$  — коэффициент пропорциональности у деформационной составляющей коэффициента трения;  $n$  — показатель степени в законе Мейера;  $\tau$  — напряжение среза на границе раздела индентор — отпечаток;  $N$  — нормальная нагрузка;  $\sigma_s$  — напряжение текучести.

Весьма интересным является объяснение природы трения твердых тел, предлагаемое Рабиновичем [329]. По гипотезе Рабино-

вича, в процессе трения происходит изменение поверхностной энергии твердых тел. Коэффициент трения будет равен

$$f = \frac{s}{p} \left( 1 + \frac{2W_{ab} \operatorname{ctg} \theta}{pr} + \dots \right),$$

где  $s$  — сопротивление на срез единичной связи;  $p$  — эффективное напряжение на контакте;  $W_{ab}$  — энергия адгезионной связи;  $\theta$  — угол наклона единичной неровности;  $r$  — радиус пятна касания.

Анализ теоретических исследований процесса внешнего трения показывает, что в настоящее время наиболее полно взаимодействие твердых тел при внешнем трении отражает молекулярно-механическая теория трения.

В виду того, что сила трения между твердыми телами зависит от фактической площади касания и сближения между поверхностями твердых тел, рассмотрим ниже изменение сближения и фактической площади касания твердых тел в зависимости от приложенной нагрузки.

## § 1. Контактное взаимодействие твердых тел

Взаимодействие твердых тел при скольжении зависит от процессов, протекающих в зонах контакта, который согласно [43, 93, 94, 184] дискретен, т. е. состоит из отдельных изолированных друг от друга участков непосредственного или фактического соприкосновения. Сила трения, как будет показано ниже, зависит от площади касания, поэтому рассмотрим вопросы формирования площади касания и факторы, влияющие на эту площадь. Если бы тела были абсолютно твердыми, то соприкосновение их происходило бы только в трех точках. Однако в природе все тела под действием приложенной силы деформируются. При соприкосновении твердых тел под действием нагрузки происходит деформирование микронеровностей поверхностей тел, что приводит к увеличению числа дискретных контактных зон, суммарная площадь которых образует фактическую площадь касания.

Дискретность фактического контакта двух твердых тел объясняется тем, что поверхности всех реальных тел шероховаты. Высоты микронеровностей на поверхности реального тела неодинаковые и по данным [58, 91] изменяются в широких пределах от 0,05 мк для самых гладких до 200 мк для самых грубых. В табл. 1 приведено согласно [58] изменение высоты микронеровностей в зависимости от вида обработки. Кроме того, поверхность реального тела всегда волниста. В результате при контактировании твердых тел в пределах номинальной (геометрической) площади касания  $A_0$  образуются контактные зоны 2, обусловленные волнистостью поверхности, в этих зонах непосредственное соприкосновение происходит в отдельных участках 3, образующих фактическую площадь касания  $A_f$  (рис. 8). Суммарная площадь, образованная при деформировании волн (зоны), называется контурной площадью ( $A_c$ ).

Плотность расположения и размеры отдельных участков фактического касания зависят от распределения неровностей по высоте, механических характеристик контактирующих тел, величины нагрузки, действующей на эти тела, и напряженного состояния в зоне контакта.

В зонах фактического касания может иметь место упругая, упругопластическая и пластическая деформации. Волны, как пра-

вило, деформируются упруго, потому что их размеры больше размеров неровностей и, следовательно, возникающие напряжения много меньше по величине напряжений в зонах фактического касания. Так, например, шаг волны изменяется по данным [91] от 1 до 10 мм, а высота — от нескольких микрон до 40 мкм. Деформирование волн и микронеровностей приводит к увеличению сближения между поверхностями.

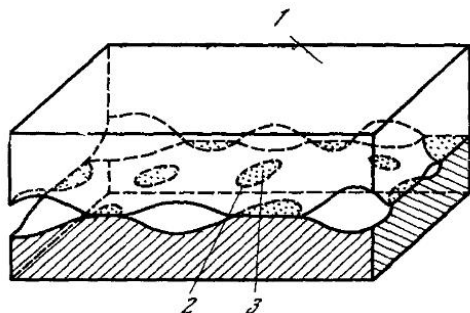


Рис. 8

Если известна зависимость площади фактического касания от сближения и соотношение между нагрузкой и сближением, то можно получить площадь фактического касания как функцию нормальной нагрузки. В настоящее время изменение площади фактического касания при изменении сближения между поверхностями твердых тел определяют, используя так называемую кривую опорной поверхности. Кривая опорной поверхности показывает как изменяется суммарная площадь сечений микронеровностей в плоскости, параллельной некоторой базовой поверхности, при изменении расстояния от самой высокой неровности до рассматриваемого сечения. По исследованиям [33, 134, 222, 302] во многих случаях материал в шероховатом слое распределен по нормальному закону. Начальную часть кривой опорной поверхности можно выразить, согласно И. В. Крагельскому и Н. Б. Демкину [93], в относительных координатах следующим образом:

$$\eta = A'/A'_c = b\varepsilon^v, \quad (2.1)$$

где  $A'$  — суммарная площадь сечений, соответствующих определенному значению  $\varepsilon$ ;  $A'_c$  — площадь участка, с которого снята профилограмма;  $b$  и  $v$  — некоторые константы, зависящие от вида обработки;  $\varepsilon$  — величина отношения расстояния  $h$  от вершины самой высокой неровности до рассматриваемого сечения к высоте самой высокой неровности  $h_{\max}$ .

Максимальная высота неровности незначительно отличается от средней арифметической высоты неровностей  $R_z$ , принятой для характеристики шероховатых поверхностей по ГОСТ 2789—73. По данным [34] для шероховатых поверхностей  $h_{\max} = 1,15R_z$ . Значение показателей  $b$  и  $v$  можно определять экспериментально

Таблица 1

Вид обработки	Максимальная глубина рисок, мм	Вид обработки	Максимальная глубина рисок, мм
Отливка	50—200	Чистовое растачивание	2—8
Штамповка	50—200	Вальцовка	0,5—2
Прессование	20—80	Чистовое развертывание	0,5—2
Зачистка	15—80	Чистовое шлифование	0,5—2
Обдувка песком		Обработка щеткой	0,5—2
зерно I	15—80	Чистовое протягивание	0,5—2
зерно II	15—50	Самое чистое развертывание	0,3—1,5
зерно III	8—30	Хонингование	0,2—0,8
Обдувка шариками	5—20	Самое чистое шлифование	0,15—0,5
Чистая штамповка	5—20		
Обдирочное точение	20—80	Притирка	0,15—0,5
Точение	5—20	Суперфиниширование	0,15—0,5
Фрезерование	8—30	Полирование	0,05—0,13
Строгание	8—30	Отделка матерчатым кругом	0,05—0,13
Зенкерование	8—30		
Шлифование	2—3	Самая чистая притирка	0,02—0,12
Протягивание через матрицу	3—14	Самое чистое суперфиниширование	0,02—0,15
Развертывание	2—8		
Протягивание протяжкой	2—8		
Чистое точение	1,3—5		
Чистовое фрезерование	2—8		

[175] или расчетным путем [45]. Очевидно, что в случае контакта реальных тел неровности поверхности будут при деформировании под определенной нагрузкой образовывать элементарную площадь касания, несколько отличающуюся от площади сечений, соответствующих данному значению сближения, найденному по кривой опорной поверхности. Поэтому фактическая площадь касания двух твердых тел в зависимости от сближения может быть выражена следующим образом:

$$A_r = \alpha A_c b \epsilon^2, \quad (2.2)$$

где  $A_r$  — фактическая площадь касания твердых тел;  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от напряженного и кинематического состояния в зоне касания.

Покажем, что уравнение (2.2) применимо в некотором интервале нормальных нагрузок для определения фактической пло-

щадки касания при внешнем трении твердых тел (т. е. при нагрузках, приводящих к величинам относительных внедрений  $0 < h/R \leq 0,2$ , где  $R$  — радиус закругления неровностей).

Следует отметить, что выражение (2.2) получено исходя из геометрических соображений, поэтому в нем не учитывается характер деформирования в зоне касания, а именно, происходит ли в этой зоне смятие неровностей или происходит взаимное внедрение неровностей. Определим, чему будет равно  $\alpha$ , если в зоне касания под действием приложенной нагрузки микронеровности будут сминаться.

Процесс смятия микронеровностей будет сопровождаться увеличением сближения между поверхностями контактирующих тел. Образующуюся в результате этого фактическую площадь касания можно определить по кривой опорной поверхности, как площадь, соответствующую данному сближению  $\epsilon$ , плюс некоторая добавочная площадь, получающаяся в результате расплющивания микронеровностей. Однако в начальной части кривой опорной поверхности при увеличении сближения между поверхностями площадь фактического контакта возрастает в основном за счет образования новых зон касания [92, 244], т. е. вследствие увеличения плотности зон касания, а размер индивидуального пятна увеличивается незначительно. В результате этого деформация единичной неровности с увеличением нагрузки будет небольшая. Следовательно, влиянием расплющивания с известным приближением можно пренебречь. Кроме того, этот вид деформации не является характерным при контактировании твердых тел. Поэтому в данном случае соотношение между сближением и фактической площадью касания описывается уравнением (2.2) (при этом коэффициент  $\alpha = 1$ ).

Преимущественной деформацией в зонах контакта является внедрение одних микронеровностей в другие [94, 281, 282, 353]. Внедрение происходит в результате различия в физико-механических микрогеометрических характеристиках контактирующих тел. Различие в физико-механических характеристиках объясняется контактированием разных твердых тел или неоднородностью физико-механических свойств в пределах контактирующих участков. Согласно исследованиям Л. В. Елина [61], внедрение наблюдается даже при сжатии и сдвиге под нагрузкой полированных поверхностей.

В случае одинаковых по механическим свойствам контактирующих элементов внедрение, как показали эксперименты [172, 257], обуславливается различием их геометрического очертания. Исследование проводилось на образцах из различных металлов: свинца, меди, армо-железа, тантала и др.

Эксперименты проводились на специальной установке, которая будет описана ниже. В опытах инденторы, имеющие сферическое или полусферическое очертание, сжимались между плоскопараллельными пластинами, причем материал пластин и инден-

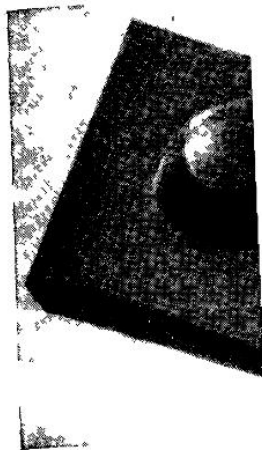
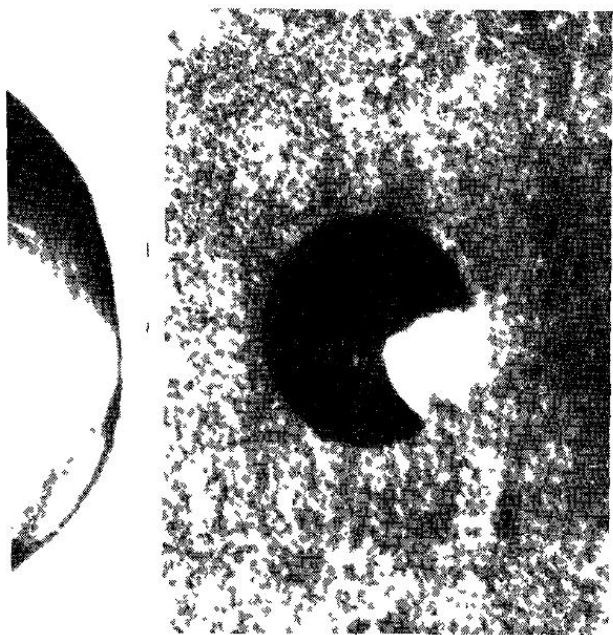
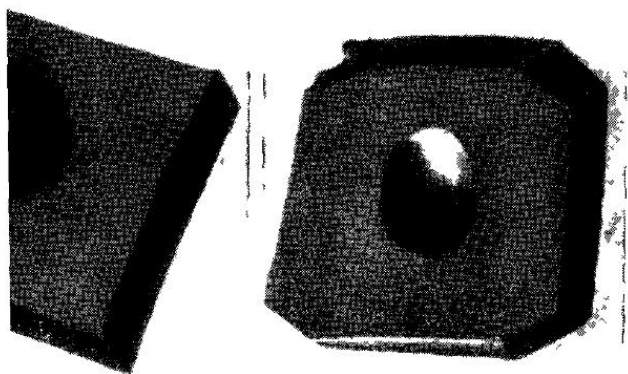


Рис. 9



Рис. 10





торов был одинаковым. Толщина пластин выбиралась такой, чтобы не сказывалось влияние подложки на деформирование материала в зоне контакта. Рабочие поверхности плоскопараллельных образцов и поверхности инденторов полировались. Нагрузки выбирались таким образом, чтобы в зоне касания индентор — пластина наблюдались пластические деформации. При этом по остаточной деформации совершенно отчетливо можно выявить, происходит внедрение шара в пластину или нет.

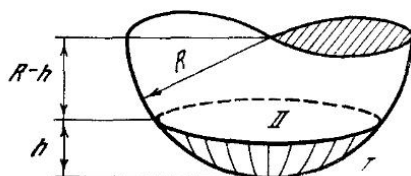


Рис. 11

В результате экспериментов было установлено, что при сжатии на всех исследуемых материалах происходит внедрение шарового индентора в поверхность пластин. Процесс внедрения сопровождается деформированием и самого индентора. Отпечатки, полученные при сжатии инденторов между плоскопараллельными пластинами, и инденторы после сжатия, приведены на рис. 9 (свинец) и на рис. 10 (титан). Следует отметить, что при сдвиге под нагрузкой шаровой индентор пропахивает дорожку на пластинке.

При внедрении касание неровности с деформируемым материалом происходит по поверхности неровности I, которая будет больше площади сечения II неровности плоскостью, проведенной на расстоянии  $h$  от вершины внедренной неровности (рис. 11). Однако и в данном случае соотношение между сближением и фактической площадью касания в некотором интервале сближений ( $0 < h/R \leq 0,2$ ) будет определяться формулой (2.2). Покажем, что это действительно так.

Предположим, что неровности поверхности имеют сферическое очертание, расположены на общем основании и распределены по высоте таким образом, что начальная часть кривой опорной поверхности описывается уравнением (2.2). При внедрении шара на глубину  $h$  (см. рис. 11) площадь поверхности отпечатка  $A_{rI} = 2\pi R h$ . Соответствующая этому внедрению площадь сечения II равна  $A_{rII} = \pi r^2$ .

Из геометрических соображений следует, что  $r = \sqrt{2Rh - h^2}$ . Тогда величина площади сечения  $A_{rII} = \pi (2Rh - h^2)$ .

Отношение площади сечения к площади отпечатка составит

$$A_{rII}/A_{rI} = 1 - h/2R. \quad (2.3)$$

Так как внешнее трение обычно имеет место при  $h/R < 0,2$  [56, 305], то в формуле (2.3) членом  $h/2R$  по сравнению с 1 можно

пренебречь. Следовательно, при внедрениях шара  $h/R < 0,2$  можно считать, что площадь отпечатка и ее проекция на горизонтальную плоскость совпадают, т. е.  $A_{rI} = A_{rII}$ . Максимальная погрешность от такого допущения при  $h/R = 0,2$  составляет 10%. При обычных нагрузках, применяющихся в узлах трения, и нормальном режиме работы эта погрешность составляет менее 5%. Отсюда можно заключить, что соотношение между приближением и фактической площадью касания и в этом случае определяется формулой (2.2). Коэффициент  $\alpha$  в уравнении (2.2), зависящий от кинематического и напряженного состояния в зоне касания, будет равен при упругом контакте  $\alpha = 1/2$ . При пластическом контакте, если при контактировании тел не происходит относительного скольжения,  $\alpha = 1$ , если имеется скольжение, то, как будет показано ниже,  $\alpha = 1/2$ .

## § 2. Сферическая модель микронеровностей поверхности

В приведенных расчетах мы моделировали микронеровности шероховатой поверхности в виде шаровых сегментов. Реальные микронеровности в общем случае не имеют правильного геометрического очертания. Однако они достаточно хорошо приближаются по своей геометрической конфигурации к сегментам асимметричных эллипсоидов, несколько вытянутых вдоль направления обработки поверхности [58, 91, 195]. С целью упрощения вычислений обычно при расчетах фактической площади касания [43, 91, 245, 289, 298], внешнего трения [91, 306], износа [91, 95] и т. д. используется сферическая модель микронеровностей.

В сферической модели реальные микронеровности рассматриваются как сегменты шаров одинакового радиуса, расположенных с постоянной плотностью на некотором общем основании и имеющих различную высоту. Распределение вершин шаровых сегментов по высоте описывается уравнением (2.13). Радиус каждого сегмента  $R$ , по Демкину [43], будет равен

$$R = \sqrt{R_{\text{прод}} R_{\text{поп}}}, \quad (2.4)$$

где  $R_{\text{прод}}$ ,  $R_{\text{поп}}$  — соответственно радиусы кривизны реальной микронеровности вдоль и поперек следов обработки.

Радиус кривизны вершин микронеровностей определяется из профилограмм по формуле

$$R = d^2/8h, \quad (2.5)$$

где  $d$  — ширина выступа на расстоянии  $h$  от его вершины.

Естественно результаты расчетов, полученные для сферической модели, являются приближением к величинам, имеющим место в действительности. Определим это приближение на примере расчета фактической площади касания, средних нормальных напряжений и коэффициентов трения.

В случае упругого контакта, как показал Н. Б. Демкин [44] использование сферической модели вносит незначительную погрешность по сравнению с использованием эллипсоидной модели. Поэтому в данном разделе при определении погрешности, вносимой в расчеты от использования сферической модели, будем рассматривать только тот случай, когда деформации в зоне контакта пластические.

Чему же будет равна погрешность при определении фактической площади касания единичной микронеровности эллипсоидной

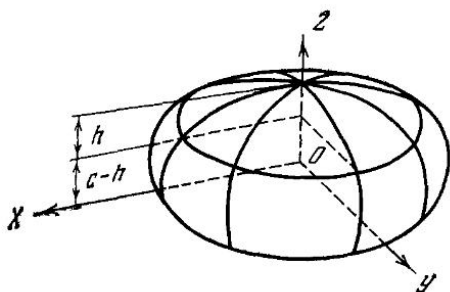


Рис. 12

и шаровой формы? Выше отмечалось, что наиболее характерным видом деформации в контактных зонах является взаимное внедрение микронеровностей, при этом площадь отпечатка при  $h/R \leq 0,2$  приблизительно равна площади сечения неровности, расположенного на расстоянии  $h$  от вершины неровности. Сечение эллипсоида в данном случае представляет эллипс (рис. 12). Поэтому площадь в данном случае представляет эллипс (рис. 12). Поэтому площадь в данном случае представляет эллипс (рис. 12). Поэтому площадь в данном случае представляет эллипс (рис. 12).

$$A_{r_i} = \pi a' b', \quad (2.6)$$

где  $a'$  и  $b'$  — полуоси эллипса.

Полуоси эллипса можно выразить [29] в зависимости от глубины внедрения  $h$  следующим образом:  $a' = a\sqrt{1 - (c - h)^2/c^2}$ ,  $b' = b\sqrt{1 - (c - h)^2/c^2}$ , где  $a, b, c$  — полуоси эллипсоида.

Подставляя значения  $a'$  и  $b'$  в формулу (2.6) в результате несложных вычислений получим

$$A_{r_i} = \pi a' b' \approx 2\pi abh/c. \quad (2.7)$$

Аналогичное выражение для определения площади единичной неровности эллипсоидного очертания получено Э. В. Рыжовым [195].

Следует отметить, что значение полуосей  $a, b, c$  определить на основании профилограмм сложно, поэтому выразим площадь касания в зависимости от радиусов кривизны микронеровности вдоль и поперек обработки, определение которых из профилограмм не представляет трудности и производится по формуле (2.5). Согласно определению [29] радиус кривизны равен  $R = (1 + y'^2)^{3/2}/y''$ .

Для эллипсоидной микронеровности в главном направлении вдоль и поперек обработки радиусы кривизны соответственно равны

$$R_{\text{прод}} = b^2/c, \quad R_{\text{поп}} = a^2/c.$$

Вычисляя значение  $b$  и  $a$  и подставляя в формулу (2.6), получим

$$A_{r_i} = 2\pi h \sqrt{R_{\text{прод}} R_{\text{поп}}}.$$

Для сферической модели с учетом (2.4) площадь сечения единичной неровности, внедренной в поверхность контртела на глубину  $h$ , равна  $A_{r_i} = \pi r^2 = 2\pi R h (1 - h/2R) \approx 2\pi h \sqrt{R_{\text{прод}} R_{\text{поп}}}$ , т. е. с точностью до малых величин второго порядка по сравнению с единицей площадь сечения эллипсоидальной единичной неровности горизонтальной плоскостью совпадает с площадью сечения единичной неровности, моделируемой шаровым сегментом.

Если равны площади сечений, являющиеся проекциями отпечатков на горизонтальную плоскость, то равны и площади отпечатков, т. е. фактические площади касания. Отсюда следуют два важных вывода.

Первый: если принять, что соотношение между площадью касания и сближением сферической модели определяется кривой опорной поверхности реального тела, и учитывать, что площадь касания образуется за счет единичных пятен касания, площади которых у модели и у реального тела совпадают, то распределение вершин неровностей реального тела и сферической модели по высоте описывается одинаковой функцией.

Второй: одинаковой величине сближения соответствуют равные величины площади касания реальной поверхности и сферической модели шероховатой поверхности. Действительно, площади единичных контактов равны, а вершины неровностей одинаково распределены по высоте. Следовательно, равны и суммарные площади касания. Таким образом, сферическая модель микронеровностей поверхности может вполне удовлетворительно использоваться для расчета площади фактического касания при пластическом контакте.

Теперь определим, каким нормальным нагрузкам будет соответствовать одинаковая площадь касания реальной поверхности и сферической модели. Для нахождения этих нагрузок вычислим средние нормальные напряжения на контакте при условии, что в зоне касания происходят пластические деформации, для эллипсоида и шара. Предположим, что эллипсоид и шар внедрены в идеально пластическое полупространство на глубину  $h$ . При небольших относительных внедрениях, как покажет проведенный ниже анализ, влиянием трения на поверхности раздела деформируемый материал — внедрившаяся неровность на нормальные напряжения можно пренебречь.

Используя теорию пластичности, средние нормальные напряжения на поверхности шара при отсутствии трения на последней можно определить следующим образом:

$$p_r = \frac{N}{2\pi R h} = 2k \left( 1 + \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \theta_* \right).$$

При вдавливании эллипсоида средние нормальные напряжения на контакте будут приблизительно совпадать с напряже-

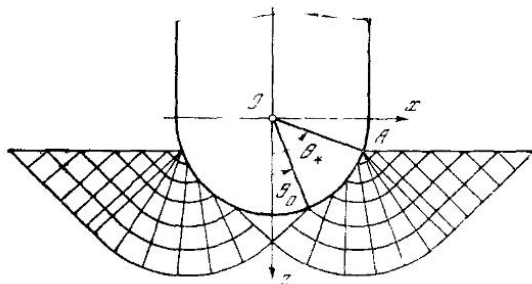


Рис. 13. Поле линий скольжения, возникающее при вдавливании цилиндрического индентора

ниями, имеющими место при вдавливании цилиндрического индентора. По А. Д. Томленову [211], усилие, необходимое для вдавливания цилиндрического индентора, в общем случае равно (рис. 13)

$$N = 4kLR [(1 + f) (\cos \theta_0 - \cos \theta_*) + (0,5 + U_0 - U) \sin \theta_0 + (U - \theta_*) \sin \theta_*],$$

где  $f$  — коэффициент трения;  $L$  — длина цилиндра;  $R$  — радиус цилиндра;  $\theta_0$  — значение угла между осью  $OZ$  и радиусом индентора, соответствующее точке, в которой прямолинейная характеристика пересекает ось  $OZ$  под углом  $\pi/4$ ;  $\theta_*$  — угол, составленный радиусом цилиндра, проведенным в точку  $A$ , и осью  $OZ$ ;  $U$  и  $U_0$  — некоторые коэффициенты, зависящие от коэффициента трения, равные

$$U_0 = \frac{3}{4} \pi - \frac{1}{2} \arccos 2f + 0,5,$$

$$U = \frac{3}{4} \pi - \frac{1}{2} \arccos 2f + \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4f^2} + 0,5.$$

Полагая  $f = 0$ , получим  $\theta_0 = 0$ ,  $U_0 = \pi/2 + 0,5$ ,  $U = \pi/2 + 1$ , следовательно,

$$N = 4kLR \left[ 1 - \cos \theta_* + \left( \frac{\pi}{2} + 1 - \theta_* \right) \sin \theta_* \right].$$

Площадь контакта в данном случае будет равна  $A_r = 2LR\theta_*$ , тогда средние напряжения на контакте

$$\begin{aligned} p_r &= \frac{N}{A_r} = \frac{2k}{\theta_*} \left[ 1 - \cos \theta_* + \left( \frac{\pi}{2} + 1 - \theta_* \right) \sin \theta_* \right] \approx \\ &\approx 2k \left( \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{\theta_*}{2} \right). \end{aligned}$$

Сравнивая средние нормальные напряжения на контакте для шарового и цилиндрического инденторов в случае отсутствия трения на поверхности раздела можно отметить, что при величинах внедрения  $h/R < 0,2$  средние нормальные напряжения в первом приближении совпадают. Погрешность будет увеличиваться по мере возрастания величины внедрения. Так как внешнее трение при пластических деформациях в зоне касания возможно только при  $h/R \leq 0,2$ , что соответствует  $\theta_* = 0,628$ , то отношение среднего напряжения на поверхности шара к среднему напряжению на поверхности цилиндра равно 0,96.

Таким образом, средние нормальные напряжения на контакте при внедрении эллипсоида и внедрении шара в пластическое пространство практически равны во всем интервале внедрений, при которых возможно внешнее трение. Из равенства средних нормальных напряжений следует, что при одинаковой нагрузке площади касания сферической модели и реальной поверхности будут равны.

Выше отмечалось, что равным площадям касания сферической модели и реальной поверхности соответствуют равные сближения. Поэтому при равных нормальных нагрузках будут равные сближения у сферической модели и реального тела.

Следует отметить, что при скольжении твердых тел в условиях идеально пластического контакта средние нормальные напряжения на контакте равны напряжениям в случае внедрения без скольжения. Так как площади фактического касания двух твердых тел при скольжении в зоне внешнего трения и в неподвижном состоянии равны, то одинаковым нормальным нагрузкам будут соответствовать одинаковые сближения при скольжении для сферической модели и реального тела.

Определим, какая погрешность будет при расчете коэффициента трения на основании сферической модели неровностей. Ниже будет показано, что коэффициент внешнего трения, рассчитанный исходя из двойственной молекулярно-механической природы внешнего трения, применительно к сферической модели микронеровностей выражается в виде суммы молекулярной и деформационной составляющих:

$$f = f_m + f_d = \frac{\tau_n}{p_r} + k_1 \sqrt{\frac{h}{R}},$$

где  $\tau_n$  — средние касательные напряжения на границе раздела, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями;  $k_1$  — коэффициент, зависящий от микротопографии поверхностей трущихся тел.

Из формулы ясно, что погрешность при определении общего коэффициента трения с использованием сферической модели будет зависеть от погрешности, вносимой этой моделью в определение молекулярной и деформационной составляющих коэффициента трения.

Приведенный ниже анализ показывает, что величина средних касательных напряжений на границе раздела, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, зависит от нормальных напряжений на контакте. При одинаковых нормальных напряжениях величина  $\tau_n$  остается неизменной для определенной пары и условий среды. Для сферической модели и реального тела средние нормальные напряжения на контакте равны, поэтому величина средних касательных напряжений на границе раздела будет одинаковой при контактировании сферической модели или реального тела с некоторым телом. Таким образом, использование сферической модели практически не вносит погрешности в величину молекулярной составляющей коэффициента трения.

При расчете деформационной составляющей коэффициента трения использование сферической модели может повлиять на величины  $k_1$ ,  $h$ ,  $R$ . Величина коэффициента  $k_1$  зависит от конфигурации и распределения микронеровностей по высоте. Выше было показано, что распределение вершин шаровых сегментов сферической модели по высоте и вершин микронеровностей реальной поверхности описывается одной и той же функцией. Следовательно, данный фактор не может изменить  $k_1$ . Остается выяснить влияние на  $k_1$  геометрического очертания микронеровности. При скольжении эллипсоида по пластически деформируемому полупространству деформационная составляющая коэффициента трения по величине будет находиться между  $f_d$  для цилиндра бесконечной длины и  $f_d^*$  для шара. Деформационная составляющая коэффициента трения при скольжении цилиндра по пластическому полупространству в направлении, перпендикулярном образующей цилиндра, по исследованиям Б. А. Друянова [56], равна  $0,6 \sqrt{h/R}$ . В расчете, проведенном в [172] для шарового индентора получается коэффициент  $f_d = 0,56 \sqrt{h/R}$ . Таким образом, геометрическое очертание микронеровности незначительно влияет на величину  $k_1$ .

Величина внедрения при одинаковой нагрузке одинакова у сферической модели и у реальной поверхности. Радиусы кривизны микронеровностей  $R_{\text{прод}}$ ,  $R_{\text{поп}}$  при вершинах не сильно отличаются друг от друга. Так как  $f_d = k_1 \sqrt{h/R} = k_1 h^{1/2} (R_{\text{прод}} R_{\text{поп}})^{-1/2}$ , то изменение радиуса незначительно изменяет деформационную составляющую. Погрешность в определении общего коэффициента трения будет еще меньше, так как адгезионные составляющие для модели и реальной поверхности имеют одинаковые значения. Таким образом, замена микронеровностей реальной поверхности шаровыми инденторами постоянного радиуса практически не вносит погрешности при определении коэффициента трения. Кроме того, проведенные за последнее время эксперименты показывают, что определенные опытным путем величины коэффициента трения [96, 188, 225], износа [97, 181] и фактической площади касания [43, 91, 238] хорошо согласуются с расчетами, выполненными на основании сферической модели. Следует также отметить, что исполь-



зование в расчетах сферической модели микронеровностей приводит к значительному упрощению при решении задач.

Учитывая изложенное выше, в дальнейшем все расчеты будут проводиться с использованием сферической модели шероховатой поверхности.

### §3. Физико-механические свойства поверхностных слоев

Процессы, протекающие в зоне фактического контакта, при внешнем трении локализованы в тончайшем поверхностном слое. Для исследования этих процессов необходимо знать физико-механические свойства поверхностных слоев, которые несколько иные, чем слой материала, расположенные на значительном расстоянии от его поверхности. Это различие [8, 91, 128, 151, 156, 239] появляется в результате обработки поверхностей или процессов, протекающих при внешнем трении [8, 35, 91] или в результате взаимодействия слоев с окружающей средой. Однако даже в том случае, когда поверхность никогда не вступала во взаимодействие с внешней средой и не подвергалась обработке, строение поверхностных слоев и их физико-механические свойства отличались от аналогичных характеристик слоев материала, расположенных на глубине [8].

Рассмотрим наиболее простой случай, когда поверхность твердого тела соприкасается со сверхвысоким вакуумом. Если твердые тела имеют кристаллическую структуру, то каждый атом внутри кристалла [68, 178] удерживается в своем положении силами связи со стороны окружающих соседних атомов. На свободной поверхности на атом действуют атомы, расположенные с ним в одной плоскости, и атомы, находящиеся несколько ниже поверхности. Со стороны сверхвысокого вакуума на атом практически не будут действовать силы. Таким образом, силы, удерживающие поверхностные атомы, несимметричны и структура кристалла на свободной поверхности и непосредственно под ней оказывается искаженной. В результате локального искажения структуры поверхность кристалла обладает запасом энергии, которая называется поверхностной энергией.

Вследствие отсутствия атомов над свободной поверхностью кристалла, способность атомов, лежащих на ней, к образованию связей используется не полностью, сохраняется остаточное сродство по отношению к внешним, не входящим в состав кристалла, атомам. Поэтому поверхностный слой материала, имеющего кристаллическое строение, обладает достаточно высокой адсорбционной способностью. Это приводит к тому, что поверхность всех твердых тел на воздухе покрывается адсорбированными молекулами газов и водяных паров. На благородных металлах такие пленки весьма тонкие, их толщина не превышает размеров одного — двух атомов [22]. Неблагородные металлы вступают в химические реак-

ции с молекулами кислорода, образуя пленки окислов. (Более подробно вопрос о структуре и кинетике роста см. в [322].) Аналогичные рассуждения можно привести для твердых тел, не имеющих кристаллической структуры.

Таким образом, поверхности всех твердых тел в обычных условиях покрыты различного рода пленками и при контактировании твердых тел взаимодействие осуществляется не между самими твердыми телами, а между пленками, покрывающими их.

При обработке поверхностей твердых тел изменения в свойствах поверхностных слоев происходят вследствие деформирования этих слоев и воздействия на них температуры [91]. При механической обработке металлов происходит пластическое деформирование поверхности, сопровождаемое размельчением кристаллических зерен [20]. Процесс обработки сопровождается повышением температуры поверхности, способствующей распространению процесса деформации. Глубина поверхностного слоя с разрушенной структурой зависит от режимов обработки, геометрии режущего инструмента и механических свойств обрабатываемого материала [128, 239]. В процессе деформирования поверхностного слоя при обработке в нем появляются остаточные механические напряжения. Деформирование и появление остаточных напряжений приводит к появлению вакансий и облегчению выхода на поверхность дислокаций, что в свою очередь разрыхляет поверхность и понижает прочность поверхностного слоя, вызывая в конечном итоге появление микротрещин, служащих концентраторами напряжений.

Уменьшение прочности поверхностных слоев материалов происходит при адсорбции на поверхности поверхностно-активных веществ (эффект Ребиндера [135, 189]). Влияние на прочностные свойства поверхностных слоев оказывает как внешний адсорбционный эффект, приводящий к пластифицированию этих слоев, так и внутренний адсорбционный эффект, вызываемый движением атомов (молекул) поверхностно-активных веществ в зародышевые трещины.

В некоторых случаях, например при полировании поверхностей в результате обработки, появляется слой, называемый слоем Бейлби, структура которого резко отличается от структуры нижележащего материала. Этот слой обычно содержит частички разрушенных окисных пленок образцов, адсорбированную влагу и газы. Считалось [249], что металл в поверхностном слое, возникающем при полировании, не обладает кристаллической структурой. Однако более тонкие исследования [285, 304] показали, что слой Бейлби состоит из очень маленьких беспорядочно расположенных кристаллов.

Интенсивное деформирование тонкого поверхностного слоя материала происходит и при внешнем трении внедрившимися в поверхность твердого тела более жесткими неровностями. Толщина слоя, деформируемого при трении, зависит от многих факторов: шероховатости поверхности, физико-механических характеристик

трущихся тел, режима работы трущейся пары и в некоторых случаях соизмерима с величиной деформируемого слоя при механической обработке поверхности твердых тел.

Следовательно, в процессе трения также будут наблюдаться явления, происходящие в поверхностном слое при его механической обработке. При внешнем трении изменения в поверхностном слое при деформировании происходят также, как правило, при более

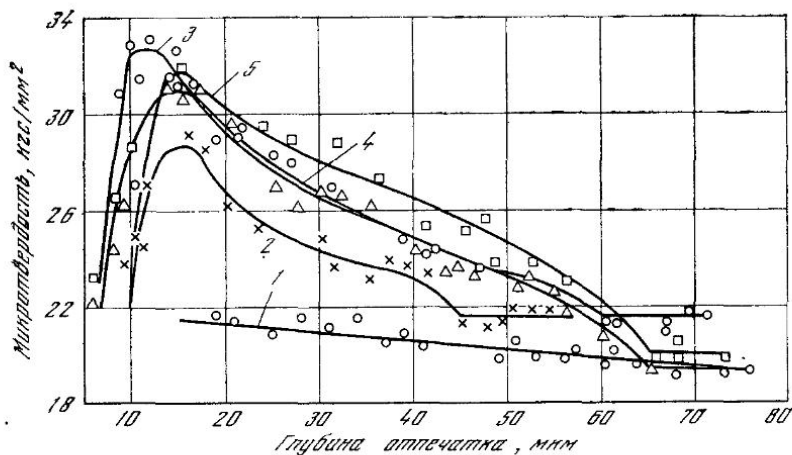


Рис. 14. Изменение микротвердости образца из алюминия при трении с различными удельными давлениями (кгс/см<sup>2</sup>)

1 — 0; 2 — 64; 3 — 74; 4 — 94; 5 — 112

высоких температурах, чем температуры окружающей среды. Увеличение температуры приводит к изменению поверхностных слоев материала в основном по следующим причинам:

- 1) повышение температуры способствует увеличению деформативной зоны;
- 2) при значительных температурах в зонах касания происходит размягчение поверхностного слоя материала;
- 3) в результате повышения температур, сопровождающихся дальнейшим резким охлаждением, происходит закалка поверхностного слоя металла, при этом структура и свойства материалов изменяются [39, 55, 141, 142];
- 4) при повышенных температурах более интенсивно протекают физико-химические процессы на поверхности твердых тел. Например, исследованиями Б. И. Костецкого [89] установлено насыщение при трении поверхностных слоев деталей машин кислородом.

Отмеченные выше процессы часто протекают одновременно, тем самым усложняют картину взаимодействия твердых тел. В результате процессов, протекающих в поверхностных слоях твердых тел при обработке и трении, они, как правило, имеют меньшую

прочность по сравнению с нижележащими. Исследования микротвердости поверхностных слоев при трении, выполненные К. В. Савицким [197, 198], показывают, что при увеличении расстояния от поверхности микротвердость алюминиевого образца проходит через максимум, возрастая вначале, а затем уменьшаясь до некоторой постоянной величины (рис. 14).

Таким образом, поверхности твердых тел в обычных условиях покрыты адсорбционными пленками газов, водяных и других паров и имеют меньшую, по сравнению с расположенными несколько ниже слоями, микротвердость. Однако исследованиями [22, 91] установлено, что при анализе явлений, протекающих в зоне касания твердых тел, можно пользоваться объемными характеристиками материала. Поэтому для описания явлений, происходящих в зонах касания, будем использовать объемные характеристики материала.

#### § 4. Зависимость фактической площади касания в состоянии насыщения контакта от сближения и нагрузки

I. Анализируя типичные кривые опорной поверхности, можно отметить на каждой кривой три участка, в пределах которых суммарная площадь сечений по разному зависит от величины сближения (рис. 15). На первом участке относительная суммарная площадь касания  $\eta$  возрастает с увеличением относительного сближения  $\varepsilon$  пропорционально  $\varepsilon^v$ , где обычно  $v \geq 2$ .

По исследованиям И. В. Крагельского и Н. Б. Демкина [43, 91, 93], Э. В. Рыжова [196] для начальной части кривой опорной поверхности применима формула (2.2). После достижения некоторой величины относительного сближения интенсивность возрастания  $\eta$  с  $\varepsilon$  уменьшается и относительная площадь касания приблизительно прямо пропорциональна относительному сближению. На третьем участке относительная площадь касания пропорциональна  $\varepsilon^k$ , где  $k$  — некоторый коэффициент, меньший единицы.

Такой характер изменения опорной кривой, а следовательно, и изменения площади фактического контакта в зависимости от сближения определяется механизмом образования площади касания. На участке, соответствующем первой части кривой опорной поверхности, суммарная площадь касания увеличивается при возрастании сближения, как вследствие увеличения площади касания неровностей, которые были в контакте, предшествующем данному значению сближения, так и вследствие увеличения общего числа контактирующих микронеровностей в результате увеличения сближения. Это приводит к нелинейной зависимости между относительной суммарной площадью касания и относительным сближением, которая выражается формулой (2.2).

Очевидно, с увеличением сближения наступит такой момент, когда все микронеровности, взятые в пределах контурной площа-

дн, образуют контакт с контртелом. Это состояние будем называть состоянием насыщения контакта. Определим зависимость фактической площади касания в случае насыщения контакта от сближения. Суммарная площадь фактического касания

$$A_r = \sum_{i=1}^{n_c} A_{r_i},$$

где  $A_{r_i}$  — площадь, образованная единичной неровностью.

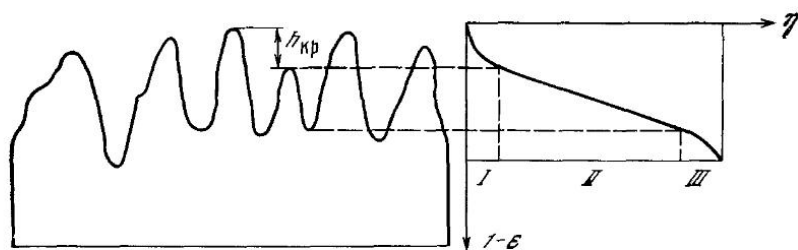


Рис. 15. Изменение относительной площади касания в зависимости от  $\delta$

Ясно, что  $A_{r_i}$  зависит от геометрического очертания неровности. Для сферической модели площадь касания единичной неровности, внедренной на глубину  $h$  в контртело, из геометрических соображений равна

$$A_{r_i} \approx \alpha 2\pi R h_{\max} \varepsilon_i, \quad (2.8)$$

где  $\varepsilon_i$  — величина сближения произвольной микронеровности. Общая площадь касания

$$A_r = \sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \varepsilon_i, \quad (2.8a)$$

где  $n_c$  — число неровностей на контурной площади касания.

Для вычисления фактической площади касания величину сближения  $\varepsilon_i$  выразим следующим образом (рис. 16):

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{кр_i} + \Delta \varepsilon, \quad (2.9)$$

где  $\varepsilon_{кр_i}$  — значение сближения для данной неровности, соответствующее моменту вхождения всех микронеровностей в контакт;  $\Delta \varepsilon$  — превышение сближения над  $\varepsilon_{кр_i}$ , равное величине сближения самой низкой неровности. Значение  $\Delta \varepsilon$  одинаково для всех микронеровностей.

Используя выражение (2.9), перепишем уравнение (2.8a) в следующем виде:

$$A_r = \sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \varepsilon_{кр_i} + \sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \Delta \varepsilon. \quad (2.10)$$

Согласно исследованиям И. В. Крагельского и Н. Б. Демкина [93],

$$\sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \varepsilon_{\text{кр}i} = \alpha A_c b \varepsilon_{\text{кр}}^{\nu} \quad (2.11)$$

где  $\varepsilon_{\text{кр}}$  — величина сближения между поверхностями твердых тел, соответствующая моменту образования всеми неровностями контакта с контртелом.

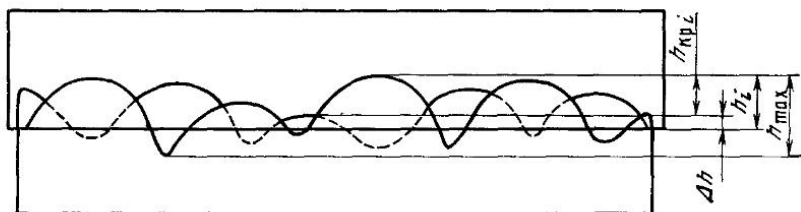


Рис. 16. Схема контактирования неровностей поверхности с деформированным полупространством

Второе слагаемое уравнения (2.10) равно

$$\sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \Delta \varepsilon = n_c \alpha 2\pi R h_{\max} \Delta \varepsilon \quad (2.12)$$

Количество микронеровностей на контурной площади касания можно определить из следующих соображений. По исследованиям Н. Б. Демкина [48], отношение числа контактирующих неровностей  $n_r$  к общему числу  $n_c$  неровностей на контурной площадке выражается в зависимости от сближения непрерывной дифференцируемой функцией, имеющей вид

$$n_r/n_c = \varphi = A_c b \nu \varepsilon^{\nu-1} / 2\pi R h_{\max} n_c \quad (2.13)$$

При значениях  $\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{кр}}$  число неровностей в контакте  $n_r = n_c$ , следовательно,  $\varphi = n_r / n_c = 1$  и

$$n_c = A_c b \nu \varepsilon_{\text{кр}}^{\nu-1} / 2\pi R h_{\max} \quad (2.14)$$

Подставляя формулу (2.14) в уравнение (2.12) и учитывая, что  $\Delta \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_{\text{кр}}$ , где  $\varepsilon$  — величина сближения между поверхностями в зоне, где  $n_r = n_c$ , получим

$$\sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \Delta \varepsilon = \alpha b \nu (A_c \varepsilon_{\text{кр}}^{\nu-1} - A_c \varepsilon_{\text{кр}}^{\nu}) \quad (2.15)$$

Тогда, используя выражения (2.11), (2.12) и (2.15), получим фактическую площадь касания как функцию сближения для случая, когда все микронеровности шероховатости образовали контакт

с контртелом

$$A_r = \alpha A_c b \varepsilon_{кр}^{\nu} \left( \frac{\nu \varepsilon}{\varepsilon_{кр}} + 1 - \nu \right). \quad (2.16)$$

Из уравнения (2.16) следует, что в зоне сближений, в которых  $n_r = n_c$ , фактическая площадь касания прямо пропорциональна  $\varepsilon$ , в то время как при  $n_r < n_c$  фактическая площадь касания пропорциональна  $\varepsilon^{\nu}$ .

Из приведенных выше рассуждений соотношение между фактической площадью касания и сближением совпадает с соотношением для этих величин, определяемых кривой опорной поверхности. Поэтому второй участок кривой опорной поверхности выражается в зависимости от относительного сближения следующим образом:

$$\eta = b \varepsilon_{кр}^{\nu} \left( \frac{\nu \varepsilon}{\varepsilon_{кр}} + 1 - \nu \right). \quad (2.17)$$

На третьем участке кривой опорной поверхности относительная площадь возрастает пропорционально  $\varepsilon^k$ , где  $k < 1$ . Такой характер изменения  $\eta$  со сближением вызван тем, что секущая плоскость, в которой определяется суммарная площадь сечений, проходит самую высокую впадину и при дальнейшем увеличении расстояния от вершины самой высокой микронеровности до секущей плоскости для нескольких неровностей не происходит увеличения площади вследствие насыщения площади сечений (см. рис. 16).

Определим значение сближения, до которого для описания кривой опорной поверхности будет справедливо уравнение (2.1), т. е. определим границу, разделяющую первую и вторую зоны этой кривой. Из формулы (2.13) следует, что при  $n_r = n_c$   $\varepsilon = \varepsilon_{кр}$ , поэтому

$$\varepsilon_{кр} = (2\pi R h_{\max} n_c / A_c b \nu)^{1/(\nu-1)}.$$

Следует отметить, что  $A_c \approx 2\pi R h_{\max} n_c$ , тогда

$$\varepsilon_{кр} = (1/b\nu)^{1/(\nu-1)}. \quad (2.18)$$

Таким образом, значение величины сближения, при котором наступает насыщение контакта, зависит от показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $\nu$ . График изменения  $\varepsilon_{кр}$  в зависимости от  $b$  при различных значениях  $\nu$  приведен на рис. 17.

Как видно из рис. 17, состояние насыщения контакта достигается при сравнительно небольших величинах сближения. Следует отметить, что граница перехода к состоянию насыщения является не четкой, а несколько размытой. Это происходит в результате приближенного расчета значения  $\varepsilon_{кр}$  и плавного перехода от ненасыщенного к насыщенному контакту.

Размытость границы перехода к состоянию насыщения контакта усугубляется еще тем, что переход от параболической зависимости площади касания как функции сближения к прямолинейной

происходит плавно и на некотором участке кривой опорной поверхности трудно провести (см. рис. 15) различие между значениями площади, рассчитанными по формулам (2.9), (2.17). Все изложенные выше факты приводят иногда к ошибочным утверждениям, что формула (2.4) применима до значения  $\varepsilon = 0,5$ . Как показывает анализ экспериментов, выполненных рядом исследователей [4,

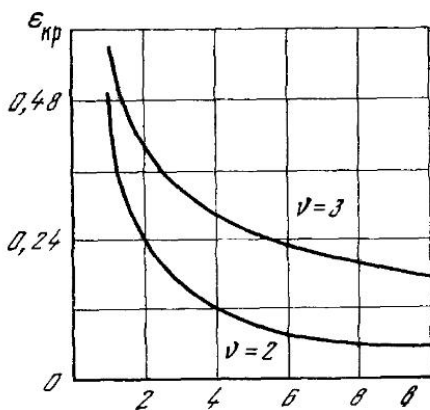


Рис. 17

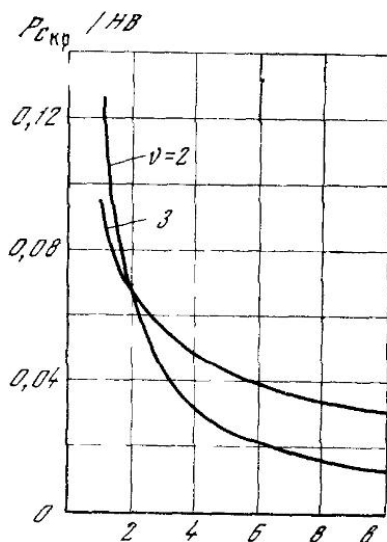


Рис. 18

44, 73], это утверждение несправедливо, так как увеличение фактической площади касания пропорционально  $\varepsilon^2$  после достижения состояния насыщения контакта противоречит физическому смыслу.

При инженерных расчетах фактической площади касания, коэффициентов внешнего трения и износа удобнее вместо сближения использовать нормальные нагрузки на контактирующие тела, точнее — отношения контурного давления  $p_c$  к твердости по Бринелю  $HB$  одного из контактирующих тел в случае пластической деформации в зоне касания, а при упругой деформации в зоне касания отношение контурного давления к модулю упругости  $E$ , приводящее к состоянию насыщения контакта.

Рассчитаем значение  $p_c/HB$ , приводящее к состоянию насыщения контакта при наличии пластической деформации в зоне контакта микронеровностей. Для этого выразим сближение между поверхностями следующим образом [43]:

$$\varepsilon = (\alpha p_c / bHB)^{1/\nu}. \quad (2.19)$$

Приравнявая (2.19) и (2.18) и производя несложные вычисления, получим значение  $p_c/HB$ , при котором наступает состояние



насыщения контакта:

$$p_c/HV = \alpha/(vb^{1/\nu})^{\nu/(v-1)}. \quad (2.19a)$$

График изменения  $p_c/HV$  в зависимости от  $b$  при  $\alpha = 1/2$  приведен на рис. 18.

В зоне больших значений  $b$  и  $\nu$  состояние насыщения контакта достигается сравнительно при небольших значениях  $p_c/HV$ . Такие условия достигаются при тяжелых режимах работы фрикционных узлов, в случае прессовых посадок при волочении проволоки, обработке металлов давлением и резанием.

При упругой деформации в зонах касания состояние насыщения контакта достигается только для материалов, модуль упругости которых невелик (например, для резин, некоторых видов пластмасс), для металлов состояние насыщения контакта в этих условиях практически никогда не достигается. Рассуждая как и в случае, приведенном выше, найдем значение  $p_c(1 - \mu^2)/E$ , соответствующее моменту насыщения контакта. Для упругого контакта величина сближения в зависимости от контурного давления выражается [43] следующим образом:

$$\varepsilon = [5p_c R^{1/2} (1 - \mu^2)/bv (\nu - 1) k_1 h_{\max}^{1/2} E]^{2/(2\nu+1)}, \quad (2.20)$$

где  $E$  — модуль упругости менее жесткого материала трущейся пары;  $k_1$  — постоянная интегрирования.

Приравнивая (2.20) и (2.18) и учитывая, что  $k_1 \nu (\nu - 1) \approx 0,4$  при любых  $\nu$ , получим значение  $p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E$ , соответствующее насыщению контакта

$$p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E = (h_{\max}/R)^{1/2} \times 8 \cdot 10^{-2} / (b^{3/(2\nu+1)} \nu)^{(2\nu+1)/2(\nu-1)}. \quad (2.21)$$

Из уравнения (2.21) следует, что в случае упругой деформации в зоне касания отношение  $p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E$  зависит не только от показателей кривой опорной поверхности, но и от значения  $h_{\max}/R$ . Изменение  $p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E$ , соответствующих образованию насыщения контакта в зависимости от изменения показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $\nu$  при различных значениях  $h_{\max}/R$  приведено на рис. 19.

Как видно из рис. 19, значения  $p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E$ , при которых достигается состояние насыщения контакта, в зоне больших значений показателя кривой опорной поверхности  $b$  сравнительно не велики. При увеличении  $h_{\max}/R$  в случаях неизменных  $b$  и  $\nu$  значения  $p_{c_{кр}}(1 - \mu^2)/E$ , как это видно из формулы (2.21), возрастают. Однако из этого не следует, что увеличение шероховатости поверхности отодвигает момент насыщения контакта, потому что обычно изменение шероховатости поверхности приводит к изменению показателей кривой опорной поверхности и трудно предугадать, как ее изменение скажется на величине контурного давления, соответствующего моменту насыщения контакта.

II. Как отмечалось выше, площадь фактического контакта является функцией контурного давления  $p_c$ , микрофотографии поверхности и физико-механических свойств контактирующих тел. Данная функция определена только [43, 91] для начальной части кривой опорной поверхности. Получим выражение, связывающее фактическую площадь касания с нормальной нагрузкой и параметрами твердых тел в зоне, где число контактирующих поверхностей равно числу неровностей на контурной площади касания.

Соотношение между нормальной нагрузкой и фактической площадью касания будет зависеть от вида деформации в зонах касания и геометрического очертания неровностей. Выше было показано, что преимущественной деформацией в зонах фактического касания является внедрение более жестких неровностей в менее жесткие.

Предположим, что некоторой нагрузке  $N$  соответствует площадь фактического контакта  $A_f$ . При увеличении нагрузки площадь фактического контакта будет увеличиваться за счет увеличения размеров единичных пятен касания и за счет увеличения числа контактов. Тогда нормальная нагрузка будет равна

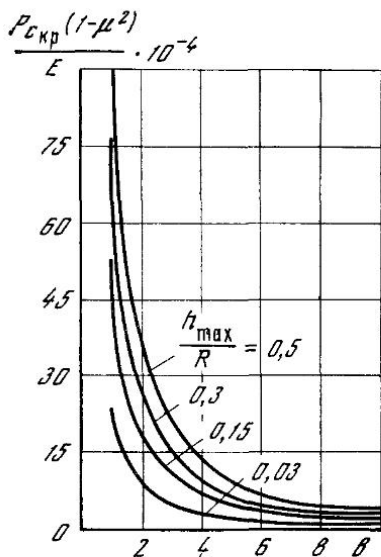


Рис. 19

$$N = \sum_{i=1}^{n_c} N_i \cong \int_0^{n_c} N_i dn_r, \quad (2.22)$$

где  $N_i$  — нагрузка, реализующаяся на единичной неровности. Нормальная сила, соответствующая некоторой величине внедрения единичной неровности, будет зависеть от вида деформаций (упругая или пластическая), которые происходят при внедрении неровности. Поэтому при определении площади фактического касания как функции нормальной нагрузки в случае насыщения контакта рассмотрим последовательно упругий и пластический контакты. При этом будем считать, что неровности жесткой поверхности являются шаровыми сегментами одинакового радиуса, расположенными с постоянной плотностью на общем основании таким образом, что кривые опорной поверхности модели и натурной поверхности совпадают. Взаимным влиянием соседних неровностей на процесс формирования площади касания пренебрегаем.

**Упругий контакт.** Определим сначала соотношение между нормальной нагрузкой и сближением, а затем, зная зависимость

площади касания в зоне насыщения контакта от сближений, определим зависимость площади фактического контакта от нормальной нагрузки.

При упругом контакте по Герцу

$$N_i = 1,33h_i^{3/2}R^{1/2}E/(1-\mu^2), \quad (2.23)$$

где  $h_i$  — величина внедрения произвольной неровности;  $E$  — модуль упругости деформируемого материала;  $\mu$  — коэффициент Пуассона.

Выразим величину  $h_i$  (см. рис. 17) в виде  $h_i = h_{кр_i} + \Delta h$ , где  $h_{кр_i}$  — величина внедрения данной неровности, соответствующая моменту вхождения всех неровностей в контакт;  $\Delta h$  — превышение  $h$  над  $h_{кр_i}$ . Для удобства вычисления выражения (2.23) вместо  $h_i$  подставим  $h_i = h_{\max} (\varepsilon_{кр_i} + \Delta \varepsilon)$  и, учитывая (2.22), получим

$$N = \frac{1,33h_{\max}^{3/2}R^{1/2}E}{(1-\mu^2)} \sum_{i=1}^{n_c} (\varepsilon_{кр_i} + \Delta \varepsilon)^{3/2}.$$

Подсчитать точную величину  $N$  из этого выражения не удастся. Приблизительно нормальную нагрузку  $N$  можно определить как

$$N = N_{i_{ср}} n_c, \quad (2.24)$$

где  $N_{i_{ср}}$  — величина нормальной нагрузки, действующей на неровность, внедренную в поверхность деформируемого полупространства на среднюю величину сближения  $\varepsilon_{ср}$ .

Величину среднего сближения вычислим из площади пятна касания

$$\varepsilon_{ср} = A_{гср}/\pi R h_{\max},$$

где  $A_{гср}$  — средняя площадь пятна касания,  $A_{гср} = A_r/n_c$ .

Подставляя величины  $A_r$  и  $n_c$  из формул (2.14), (2.16) и учитывая, что при упругом контакте коэффициент  $\alpha$  равен  $1/2$ , получим

$$A_{гср} = \frac{\pi R h_{\max} \varepsilon_{кр}}{\nu} \left( \frac{\nu \varepsilon}{\varepsilon_{кр}} + 1 - \nu \right).$$

Тогда  $\varepsilon_{ср} = [\nu \varepsilon - (\nu - 1) \varepsilon_{кр}]/\nu$ . (2.25)

Подставляя в уравнение (2.23) выражение  $h_{ср} = \varepsilon_{ср} h_{\max}$ , получим

$$N_{i_{ср}} = 1,33h_{\max}^{3/2}R^{1/2}E[\nu \varepsilon - (\nu - 1) \varepsilon_{кр}]^{3/2}/\nu (1-\mu^2).$$

Нагрузка, действующая на трущиеся тела, определится из уравнения (2.24) следующим образом:

$$N = \frac{0,2A_c b \varepsilon_{кр}^{\nu-1} E h_{\max}^{1/2}}{(1-\mu^2) \nu^{1/2} R^{1/2}} [\nu \varepsilon - (\nu - 1) \varepsilon_{кр}]^{3/2}. \quad (2.26)$$

Анализ выражения (2.26) показывает, что при насыщенном контакте нормальная нагрузка пропорциональна величине относительного сближения  $\varepsilon^{1/2}$ . Если состояние насыщения контакта не достигнуто, то величина нормальной нагрузки пропорциональна  $\varepsilon^{(2\nu+1)/2}$ , при  $\nu = 3$  пропорциональна  $\varepsilon^{5/2}$ , при  $\nu = 2$  —  $\varepsilon^{3/2}$ . Таким образом, когда  $n_r < n_c$ , то для незначительного увеличения сближения требуется приложить гораздо большую нагрузку, чем в случае  $n_r = n_c$ .

Определим зависимость фактической площади касания от нормальной нагрузки. Из формулы (2.16) получим

$$\nu \varepsilon - (\nu - 1) \varepsilon_{кр} = \frac{2A_r}{A_c b \varepsilon_{кр}^{\nu-1}}. \quad (2.27)$$

Из уравнений (2.26) и (2.27) получаем зависимость площади фактического касания от нормальной нагрузки при  $n_r = n_c$

$$A_r = \frac{1,5 A_c^{1/2} R^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}}{h_{max}^{1/2} E^{1/2}} N^{1/2}. \quad (2.28)$$

Таким образом, в зоне насыщения контакта площадь касания пропорциональна  $N^{1/2}$ , как и в случае единичного индентора, тогда как при  $n_r < n_c$   $A_r \sim N^{0,3+0,9}$ .

Эксперименты, проведенные С. Б. Айнбиндером с сотрудниками [4], показывают, что уравнение (2.28) удовлетворительно описывает экспериментальную зависимость площади касания от нагрузки для случая насыщения контакта.

Исходя из уравнения (2.26) определим сближение между поверхностями твердых тел, соответствующее нормальной нагрузке

$$\varepsilon = \frac{3(1 - \mu^2)^{1/2} N^{2/3} R^{1/3}}{A_c^{1/3} E^{2/3} h_{max}^{1/3}} + \frac{\nu - 1}{(b\nu^{\nu})^{1/(\nu-1)}}.$$

Для наиболее распространенных в технике видов обработки шероховатых поверхностей  $\nu = 2$ ,  $b = 2$

$$\varepsilon = \frac{3(1 - \mu^2)^{1/2} N^{2/3} R^{1/3}}{A_c^{1/3} E^{2/3} h_{max}^{1/3}} + 0,125.$$

*Пластический контакт.* В этом случае

$$N_i = \alpha 2\pi R h_{max} \varepsilon_i p_r.$$

Согласно А. Ю. Ишлинскому [77], средние нормальные напряжения на контакте  $p_r = c\sigma_s$ , где  $c$  — коэффициент формы, для шара  $c = 3$ ;  $\sigma_s$  — предел текучести материала;  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий кинематическое состояние.

Общая сила, соответствующая некоторому сближению  $\varepsilon$ , будет равна

$$N = p_r \sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{max} \varepsilon_i.$$

Из уравнения (2.8) следует, что  $\sum_{i=1}^{n_c} \alpha 2\pi R h_{\max} \varepsilon_i = A_r$ . Следовательно, при идеально пластическом контакте и в зоне насыщения контакта остается справедливым уравнение

$$N = A_r p_r = A_r HB, \quad (2.29)$$

экспериментально подтвержденное в многочисленных исследованиях [99, 219, 254].

Определим сближение между поверхностями в зависимости от нормальной нагрузки в зоне насыщения при пластическом контакте. Подставляя в (2.29) вместо  $A_r$  ее значения по формуле (2.16), получим

$$N = \alpha A_c b \varepsilon_{кр}^{\nu} \left( \frac{\nu \varepsilon}{\varepsilon_{кр}} + 1 - \nu \right) HB, \quad (2.29a)$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{кр}}{\nu} \left( \frac{N}{\alpha A_c b HB \varepsilon_{кр}^{\nu}} - 1 + \nu \right).$$

Учитывая, что  $\varepsilon_{кр} = (1/b\nu)^{1/(\nu-1)}$ , получим

$$\varepsilon = \frac{1}{(b\nu^{\nu})^{1/(\nu-1)}} \left[ \frac{p_c (b\nu^{\nu})^{1/(\nu-1)}}{\alpha HB} - 1 + \nu \right]. \quad (2.30)$$

Из уравнения (2.30) следует, что при пластическом контакте в зоне насыщения относительное сближение между поверхностями пропорционально  $p_c$  в первой степени, в то время как в случае  $n_r < n_c$   $\varepsilon \sim p_c^{1/\nu}$ .

Если формулу (2.30) переписать для конкретных значений показателя кривой опорной поверхности  $\nu$ , то уравнение (2.30) значительно упрощается. Действительно, при  $\nu = 2$

$$\varepsilon = \frac{0.25}{b} \left( \frac{4p_c b}{HB} + 1 \right),$$

при  $\nu = 3$

$$\varepsilon = \frac{0.2}{b^{1/2}} \left( \frac{5.2p_c b^{1/2}}{HB} + 2 \right).$$

Следует отметить, что линейная зависимость сближения от нагрузки отмечается в ряде работ [59, 191].

Полученная формула (2.30) сравнивалась с результатами экспериментов, выполненных Н. Б. Демкиным на специальном приборе, подробно описанном в работе [43]. Принципиальная схема прибора подобна схеме прибора для исследования сближения между поверхностями при скольжении (см. далее рис. 28).

Исследуя зависимость сближения между шероховатой поверхностью деформируемого образца и гладкой поверхностью жесткого

а, Н. Б. Демкин [43] отмечает, что у образца из стали 10, при-  
зительно начиная с  $p_c = 4 \text{ кгс/мм}^2$ , зависимость сближения меж-  
поверхностями от нагрузки становится близкой к линейной.  
образцы, имеющие шероховатую поверхность, были выполнены  
виде полых цилиндров (подобно образцам, используемым при  
учении зависимости сближения от нормальной нагрузки при  
ольжении). Следует отметить, что формула (2.30) получена для  
учая, когда в зоне касания происходит внедрение микронеров-

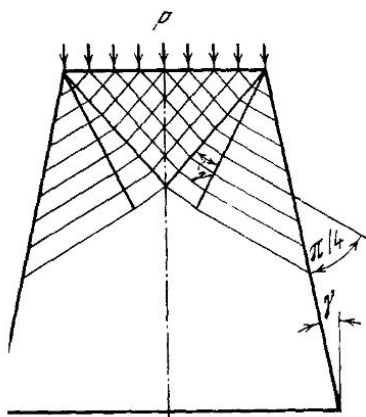


рис. 20

ностей поверхности в поверхность  
менее жесткого тела, в то время  
как в экспериментах Н. Б. Демки-  
на в зонах касания происходило  
смятие неровностей. В этом случае  
деформирование каждой неровно-  
сти можно рассматривать как сжа-  
тие усеченного клина с абсолютно  
жесткой поверхностью (рис. 20).  
В случае сжатия клина средние  
напряжения на контакте, как сле-  
дует из [211], равны  $p_r = 2k(1 +$   
 $+ \gamma)$ , где  $k$  — пластическая по-  
стоянная, равная  $\sigma_s/2$ .

Учитывая, что неровности весь-  
ма пологи [91], можно считать,  
что  $\gamma \rightarrow \pi/2$  (см. рис. 20), поэтому  
средние напряжения на контак-

те  $p_r = 2,67 \sigma_s$ . При вдавливании шара в полупространство  $p_r =$   
 $= 2,8 \sigma_s$  [77]. Как отмечалось выше, площади касания при внедре-  
нии и смятии неровностей равны. Следовательно, одинаковой  
агрузке будет соответствовать одинаковая величина микрокон-  
тактной деформации. Поэтому экспериментальные данные  
Н. Б. Демкина можно использовать для проверки формулы (2.30).  
Результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных  
приведены в табл. 2.

Рабочая поверхность образцов была обработана точением  
 $R_z = 30 \text{ мкм}$ . Микрогеометрические и механические характери-

Таблица 2

Нагрузка, кгс	h, мкм		Нагрузка, кгс	h, мкм	
	медь	сталь		медь	сталь
1000	10,5/10,4*	10,0/9,5	2000	14,3/15,0	14,0/12,0
1500	12,5/12,6	11,5/10,8	2500	16,0/17,2	15,6/13,2

Числитель — эксперимент, знаменатель — расчет.

стики образцов были следующие: контурная площадь касания для стали 10  $A_c = 120 \text{ мм}^2$ ,  $h_{\max} = 30 \text{ мк}$ ,  $b = 1,3$ ,  $\nu = 2,2$ ,  $HV = 107 \text{ кгс/мм}^2$ , для меди  $A_c = 120 \text{ мм}^2$ ,  $h_{\max} = 40 \text{ мк}$ ;  $b = 1,8$ ,  $\nu = 2$ ,  $HV = 70 \text{ кгс/мм}^2$ .

Из табл. 2 видно, что при контактировании стали 10 с плиткой Иогансона расчетные данные отличаются от экспериментальных на 9—18%, при контактировании меди — на 11%, что является вполне удовлетворительным. Таким образом, уравнение (2.30) удовлетворительно объясняет результаты экспериментов, т. е. в зоне нагрузок, когда  $n_r = n_c$ , сближение между поверхностями изменяется линейно с нормальной нагрузкой.

Проведенное сравнение расчетных и экспериментальных величин сближения как функции нагрузки [43, 59, 191] позволяет сделать вывод, что предложенные уравнения для определения площади касания и других параметров, характеризующих взаимодействие твердых тел при контактировании в зоне насыщения контакта, удовлетворительно описывают экспериментальные зависимости.

### § 5. Фактическая площадь касания поверхностей твердых тел при скольжении

Как было отмечено выше, соотношение между фактической площадью касания и сближением будет зависеть от кинематического состояния контактирующих тел, т. е. от того, происходит ли между телами скольжение или они неподвижны одно относительно другого. Если тела относительно неподвижны, то площадь фактического касания определяется по формуле (2.2) при  $\alpha = 1$ .

Для определения зависимости фактической площади касания от сближения при скольжении рассмотрим процесс контактирования единичной неровности с пластически деформируемым полупространством. Упругий контакт рассматривать не будем, так как согласно исследованиям [45, 98, 312] площади касания при упругом контакте в случае скольжения и в неподвижном состоянии приблизительно равны, а сближение между поверхностями в период сдвига практически не изменяется.

При наличии идеально пластических деформаций в зоне касания в момент сдвига и при движении неровность будет пропахивать пластический материал и соприкасаться с деформируемым полупространством только фронтальной по направлению движения полуповерхностью (рис. 21). В этом случае площадь единичной зоны касания будет равна:  $A_{r_k} = \pi R h_k$ , где  $h_k$  — величина внедрения при движении.

Если сравнить эту формулу с формулой (2.8) при  $\alpha = 1$ , то при одинаковых величинах сближений  $A_{r_{ик}} = 1/2 A_{r_{ик}}^{\text{нп}}$ , т. е. при этих величинах сближений, которые, естественно, соответствуют различным нагрузкам, фактическая площадь касания при скольжении  $A_{r_{ик}}$  в два раза меньше фактической площади касания в неподвижном состоянии.

Общая площадь фактического касания равна сумме единичных касаний. Так как постоянный множитель не изменяет процесса упрочнения, то следует ожидать, что при скольжении твердого тела, имеющего шероховатую поверхность, по пластически деформируемому полупространству общая площадь касания будет равна

$$A_{r_k} = 1/2 A_c b \epsilon_K^v. \quad (2.31)$$

Уравнение (2.31) получено при условии, что все микронеровности без исключения пластически деформируют материал полу-

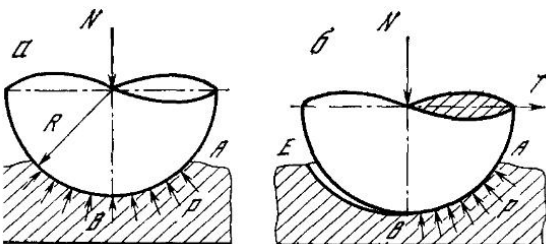


Рис. 21. Изменение площади касания при сдвиге

а — неподвижный контакт; б — начало сдвига

пространства без упругого восстановления. Оно применимо не только в момент сдвига, но и при скольжении. Однако при скольжении оно применимо только в том случае, когда кинематическое состояние не влияет на показатели кривой опорной поверхности.

Для двух шероховатых поверхностей, так как кинематическое состояние не влияет на величину  $b$  и  $v$ , пока не начался процесс упрочнения или при установившейся шероховатости, т. е. после упрочнения, в случае пластического контакта

$$A_{r_k} = 1/2 A_c b \epsilon_K^{v_1+v_2},$$

где  $v_1$  и  $v_2$  — постоянные кривых опорных поверхностей первого и второго тел.

По данным Н. Б. Демкина [43, 48],

$$b = k' b_1 b_2 (h_{\max 1} + h_{\max 2}) / h_{\max 1}^{v_1} h_{\max 2}^{v_2},$$

Таблица 3

$v_1$	$v_2$		
	1	2	3
1	0,5	0,33	0,25
2	0,33	0,16	0,1
3	0,25	0,1	0,05



где  $b_1$  и  $b_2$  — постоянные кривых опорных поверхностей первого и второго тел;  $k'$  — коэффициент, зависящий от  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , значения которого приведены в табл. 3.

Выше отмечалось, что уравнение (2.31) справедливо только при идеально пластическом контакте (т. е. при отсутствии упругого восстановления). Установим, какие факторы влияют на соотношение между площадью касания и сближением, если при определении площади учитывать упругое восстановление дорожки трения за микронеровностями.

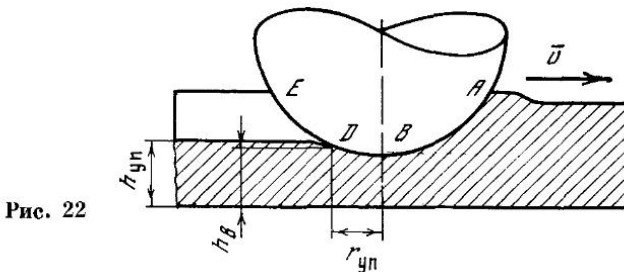


Рис. 22

Для этого рассмотрим скольжение абсолютно твердого тела, поверхность которого шероховата, по пластически деформируемому полупространству. Микронеровности жесткой поверхности при скольжении будут пропахивать материал полупространства, образуя дорожки трения. При этом материал дорожек трения, следующий за неровностью (участок  $BE$  на рис. 22), оказывается в разгруженном состоянии. В первом приближении можно предположить, что состояние материала в этом случае аналогично состоянию материала при статическом внедрении после снятия нагрузки.

Известно [55, 179, 343], что снятие нагрузки при вдавливании шарового индентора сопровождается эффектом упругого восстановления отпечатка. Упругое восстановление отмечается и при качении шарового индентора [87]. Следовательно, за скользящей неровностью происходит упругое восстановление дорожки трения [168, 169]. В этом случае соприкосновение неровности с деформируемым материалом при скольжении происходит не только по фронтальной части поверхности, но и по участку  $BD$  (см. рис. 22).

Таким образом, при учете упругого восстановления площадь касания единичной неровности будет равна сумме площадей фронтальной полуповерхности  $AB$  (см. рис. 22) и площади  $S_{уп}$ , обусловленной упругим восстановлением дорожки трения, т. е.

$$A_{r_{ик}} = \pi R h_k + S_{уп}.$$

Величина  $S_{уп}$  определяется  $S_{уп} = \iint_S dS$ , однако ее с достаточно высокой степенью точности можно выразить как половину площади эллипса, полуосями которого являются ширина дорож-

ки  $r_{пл} = \sqrt{2Rh_k}$  и расстояние от вертикальной оси симметрии шара до точки  $D$  в диаметральной (продольном) сечении дорожки трения. Обозначим это расстояние через  $r_{уп} = \sqrt{2Rh_b} \approx \sqrt{1,3Rh_{уп}}$ , где  $h_{уп}$  — величина упругого восстановления сечения дорожки трения (рис. 23). Тогда площадь, обусловленная упругим восстановлением, будет равна

$$S_{уп} = \frac{1}{2} \pi r_{уп} r_{пл} = 0,8\pi R \sqrt{h_{уп} h_k}.$$

Из рис. 23 следует

$$h_{уп} = h_k - h_{ост}, \quad (2.32)$$

где  $h_{ост}$  — остаточная глубина дорожки трения.

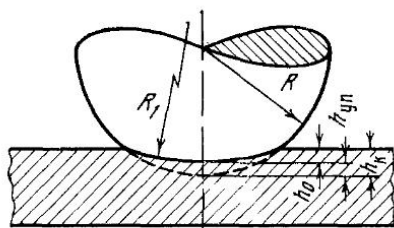


Рис. 23

Учитывая, что полная глубина внедрения  $h_k = r_k/2R$ , а остаточная глубина отпечатка  $h_{ост} = r^2/2R_1$  ( $R, R_1$  — радиусы кривизны соответственно шарового индентора и дорожки трения) и используя соотношение (2.32), выразим величину упругого восстановления в зависимости от радиуса отпечатка

$$h_{уп} = \frac{r_k^2}{2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right). \quad (2.33)$$

Используя теорию Герца [343], можно показать, что в этом случае между радиусом шара и радиусом кривизны дорожки трения существует следующая зависимость:

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} = \frac{1,6p_0(1-\mu^2)}{Er_{уп}}, \quad (2.34)$$

где  $E$  — модуль упругости деформируемого материала;  $p_0$  — нормальные напряжения, соответствующие максимальному внедрению.

Используя (2.34), выразим величину упругого восстановления дорожки трения в зависимости от глубины внедрения индентора следующим образом:

$$h_{уп} = 1,3 R^{1/2} h_k^{3/2} (p_0/E)^{1/2} (1-\mu^2)^{1/2}. \quad (2.35)$$

Следует отметить, что величина  $p_0$  равна максимальным нормальным напряжениям при скольжении. Следовательно,

$$h_{уп} = 1,3 R^{1/2} h_k^{3/2} (p_{гск}/E)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}. \quad (2.36)$$

При пластическом контакте в условиях внешнего трения  $p_{гск} \approx p_{гск}$ . Поэтому соотношение между упругим восстановлением и глубиной дорожки трения  $h_k$  будет описываться следующей формулой:

$$h_{уп} = 1,3 R^{1/2} h_k^{3/2} (HB/E)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}. \quad (2.37)$$

Если формула (2.37) правильная, то при значениях внедрений, приводящих к появлению в зонах максимальных нормальных напряжений пластических деформаций, величина упругого восстановления будет равна величине внедрения. Согласно [132], пластические деформации появляются при  $\sigma_{max} = HB$ . Используя решение Герца, получим величину внедрения, при которой в зоне максимальных напряжений будет происходить пластическая деформация

$$h/R = 2,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2. \quad (2.37a)$$

Следует отметить, что значения  $h/R$ , определяемые по формуле (2.37a), удовлетворительно совпадают с данными других исследователей [252, 293].

Подставляя данное выражение в формулу (2.37), получаем

$$h_{уп} \approx 2,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2 R.$$

Следовательно, формула (2.37) может вполне использоваться для подсчета упругого восстановления. Тогда площадь касания, получаемая при упругом восстановлении дорожки трения, будет равна

$$S_{уп} = 0,9 \pi R^{1/2} h_k^{3/2} (HB/E)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}.$$

Площадь фактического касания произвольной микронеровности

$$A_{гкн} = \pi R h_k [1 + 0,9 (R/h_k)^{1/2} (HB/E)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}].$$

Таким образом, площадь касания единичной неровности при учете упругого восстановления дорожки трения будет отличаться от площади касания при идеально пластическом контакте на величину  $0,9 (R/h_k)^{1/2} (HB/E)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}$ .

Площадь, получаемая вследствие упругого восстановления, будет зависеть от величины внедрения данной неровности в материал.

Общая площадь касания поверхности с деформируемым полупространством

$$A_r = \int_{n_r} A_{r_i} dn_r, \quad (2.38)$$

где  $dn_r$  — дифференциал функции распределения микронеровностей по высоте.

По исследованиям И. В. Крагельского [91] и Н. Б. Демкина [43] функцию распределения микронеровностей по высоте можно считать непрерывной и дифференцируемой. Число микронеровностей в контакте выражается в зависимости от сближения уравнением (2.13). Тогда в произвольном сечении  $x - x$  (рис. 24)

$$dn_r = A_c b v (\nu - 1) x^{\nu-2} dx / 2\pi R h_{\max}.$$

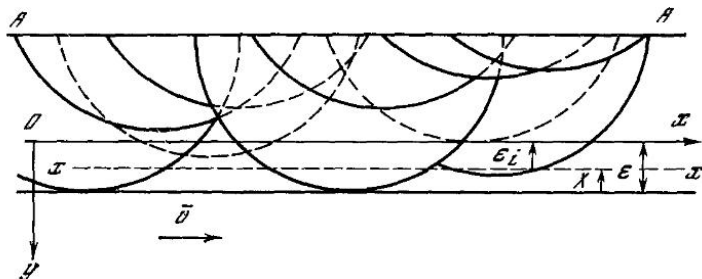


Рис. 24. Схема контактирования жесткой шероховатой поверхности твердого тела с деформируемым полупространством

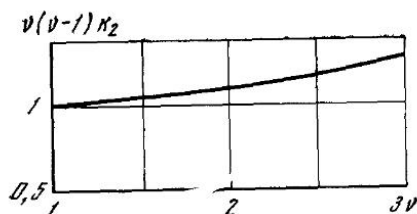


Рис. 25

В этом сечении

$$A_{r1} = \pi R (\varepsilon_k - x) \left[ 1 - 0,9 \frac{R^{1/6}}{(\varepsilon - x)^{1/6}} \left( \frac{HB}{E} \right)^{1/6} (1 - \mu^2)^{1/6} \right].$$

Подставляя необходимые величины в выражение (2.38), получим интеграл типа интегралов Чебышева [223]. Можно показать, что интеграл может быть выражен в элементарных функциях только при целых значениях показателя кривой опорной поверхности. Решая интеграл, получим

$$A_r = \frac{1}{2} A_c b v \varepsilon_k^\nu \left[ 1 + 0,9 v (\nu - 1) k_2 \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{HB}{E} \right)^{1/6} \left( \frac{R}{h_{\max}} \right)^{1/6} (1 - \mu^2)^{1/6} \varepsilon_k^{-1/6} \right], \quad (2.39)$$

где  $k_2$  — постоянная интегрирования, зависящая от  $\nu$ . Зависимость  $k_2$  от  $\nu$  приведена на рис. 25.

Таким образом, общая или интегральная площадь касания при скольжении в случае пластического контакта с учетом упругого восстановления отличается от аналогичной зависимости интегральной площади касания при идеально пластическом контакте

на величину

$$0,9\nu(\nu - 1)k_2 \left(\frac{HB}{E}\right)^{\frac{1}{3}} (1 - \mu^2)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{R}{h_{\max}}\right)^{\frac{1}{6}} e_K^{-\frac{1}{6}}. \quad (2.40)$$

Следует отметить, что часть площади касания, обусловленная упругим восстановлением, существенна для материалов, обладающих относительно небольшим модулем упругости (пластмассе).

Для материалов с большим модулем упругости площадь касания, обусловленная упругим восстановлением дорожки трения, зависит от глубины дорожки трения и пластичности материала. При одинаковой глубине дорожки трения для материалов более пластичных (например, для мягких металлов) площадь  $S_{уп}$  составляет намного меньшую долю от фронтальной части площади касания.

Большую долю от общей площади касания  $A_{гуп}$  составляет в зоне внедрений, при которых только начинается пластический контакт, а именно при

$$h/R = 5,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2. \quad (2.40a)$$

При величинах внедрения, определяемых формулой (2.39), средние напряжения на контакте становятся равными твердости материала. В зоне этих внедрений площадь фактического контакта, обусловленная упругими восстановлениями, составляет 20% от общей площади касания. В этой зоне необходимо при определении фактической площади касания пользоваться формулой (2.38).

## § 6. Соотношение фактических площадей касания и сближения между поверхностями твердых тел в статике и при скольжении

Рядом исследователей [5, 280, 321, 339] установлено, что в начале скольжения неровностей твердых тел, обладающих достаточной пластичностью, по твердой абсолютно гладкой поверхности (когда в зоне контакта значительны силы адгезии) происходит увеличение площади фактического касания по сравнению с площадью, имеющей место при неподвижном контакте. При трении твердых тел наиболее типичен случай, когда в зонах фактического касания происходит внедрение более жестких неровностей в поверхность менее жесткого тела. В случае внедрения площадь касания в неподвижном состоянии незначительно отличается от площади касания при скольжении. Для доказательства этого рассмотрим фактическую площадь касания, образующуюся при контактировании шероховатой поверхности жесткого тела с деформируемым полупространством в неподвижном состоянии и в случае скольжения, при условии, что к контактирующим телам приложена постоянная нормальная нагрузка.

Рассмотрим сначала идеально пластический контакт на примере единичной неровности. При этом проанализируем два этапа контактирования: первый — под действием только нормальной нагрузки (неподвижный контакт) и второй — под действием нормальной и тангенциальной нагрузок (в режиме скольжения).

При приложении нормальной нагрузки (см. рис. 21)  $i$ -я неровность под влиянием силы  $N_i$ , деформируя материал, заглубляется на величину

$$h_i = N_i / 2\pi R p_{гст}, \quad (2.41)$$

где  $p_{гст}$  — среднее нормальное давление на контакте. По Ишлинскому [77],  $p_{гст} = c\sigma_s$ .

При заглублении неровность будет охватываться деформируемым материалом со всех сторон. При движении под действием тангенциальной нагрузки на единичную неровность будет действовать сумма нормальной и тангенциальной сил. Касание неровности с деформируемым материалом будет происходить только по фронтальной по направлению скольжения полуповерхности  $AB$ . При этом площадь фактического касания  $A_{гк} = R'/p_{гк}$ , где  $p_{гк}$  — среднее нормальное давление на контакте при скольжении;  $R'$  — сила, действующая на площадь  $A_{г}$ .

Приближенное рассмотрение задачи теории пластичности о движении жесткого сферического индентора по пластическому полупространству показывает, что средние напряжения на контакте равны средним напряжениям в неподвижном состоянии.

Эксперименты, проведенные на приборах ОТ-1 и ГП, подтвердили (см. ниже) теоретическое предположение о равенстве  $p_{гст}$  и  $p_{гк}$ . К аналогичному выводу можно прийти, анализируя экспериментальные данные Элдриджа и Тейбора [276], исследовавших качение шариков по образцам из мягких металлов. Поэтому в дальнейшем средние нормальные напряжения на контакте будем обозначать через  $p_r$ .

Сила, действующая на фактическую площадь касания при скольжении  $R = \sqrt{N^2 + T^2} = N\sqrt{1 + f^2}$ .

Определив из (2.41)  $p_{гст}$ , приравнявая  $p_{гст} = p_{гк} = p_r$  и учитывая, что  $A_{гст} = 2\pi R h_{гст}$ , получим

$$A_{гк} = A_{гст} \sqrt{1 + f^2}. \quad (2.42)$$

Из (2.42) следует, что соотношение между площадями касания в статике и скольжении для единичной неровности зависит от коэффициента внешнего трения. При наиболее распространенных значениях коэффициента трения  $f \leq 0,5$  площадь касания при скольжении незначительно (менее 11%) отличается от площади касания в неподвижном состоянии.

Следует отметить, что средние напряжения на контакте в случае внедрения практически не зависят от глубины внедрения и рав-

ны твердости материала по Бринелю  $HB$ . Следовательно, в случае контактирования поверхностей твердых тел площадь касания в неподвижном состоянии [43, 58, 254, 345]

$$A_{r_{ст}} = N/HB.$$

Экспериментальные исследования площади касания при скольжении [99, 254] подтвердили это уравнение. Так как средние нормальные напряжения на любой произвольной микронеровности в статике и при скольжении равны, то очевидно, что

$$A_{r_{к}} = R'/HB = N\sqrt{1+f^2}/HB = A_{r_{ст}}\sqrt{1+f^2}.$$

Следовательно, в случае контактирования твердых тел при наличии пластического контакта в зоне касания площади касания в статике и при скольжении также отличаются в  $\sqrt{1+f^2}$  раз. Поэтому в момент перехода от неподвижного состояния к скольжению в случае пластического контакта (внедрение) площадь фактического касания практически не изменяется, а происходит лишь ее перераспределение на контактирующих неровностях. Этот процесс сопровождается изменением сближения между контактирующими телами. Изменение сближения отмечается также Чайлдсом и Тейбором [267]. Из простых геометрических соображений следует, что для единичного индентора величина заглубления его при скольжении

$$h_{к} = 2\sqrt{1+f^2}h_{ст}. \quad (2.43)$$

Для случая контактирования шероховатой поверхности с гладкой из уравнений (2.1) и (2.31) следует

$$h_{к} = (2\sqrt{1+f^2})^{1/\mu}h_{ст}. \quad (2.44)$$

Таким образом в процессе сдвига происходит увеличение сближения между поверхностями от  $h_{ст}$  до  $h_{к}$ , а расстояние (в тангенциальном направлении), на котором заканчивается этот процесс, называется контактным предварительным смещением.

В общем случае, как отмечалось выше, за неровностью при скольжении происходит упругое восстановление дорожки трения, поэтому величина сближения между поверхностями при скольжении  $h_{к}$  будет зависеть от величины упругого восстановления. Следует отметить, что средние нормальные напряжения на контакте и с учетом упругого восстановления остаются равными напряжениям при вдавливании неровности.

Исходя из равенства средних нормальных напряжений и учитывая, что  $p_r = R'/A_r$ , выразим величину внедрения произвольной неровности в статике в зависимости от величины внедрения при движении с учетом упругого восстановления

$$h_{ст} = [h_{к} + 0,7 h_{к}^{1/\mu} R^{1/\mu} (HB/E)^{1/\mu} (1 - \mu^2)^{1/\mu}] / 2\sqrt{1+f^2}.$$

Аналогичные рассуждения позволяют получить выражение, связывающее сближение между поверхностями твердых тел в отсутствии скольжения и сближения при скольжении с учетом упругого восстановления в следующем виде:

$$\varepsilon_{ст} = \frac{1}{(2\sqrt{1+f^2})^{1/\nu}} \left[ \varepsilon_{кин}^{\nu} + 0,6\nu(\nu-1)k_2R^{1/\nu} \times \right. \\ \left. \times h_{\max}^{-1/\nu} \varepsilon_{кин}^{\nu-1/\nu} \left( \frac{HB}{E} \right)^{1/\nu} (1-\mu^2)^{1/\nu} \right]^{1/\nu}$$

или

$$h_{ст} = \frac{1}{(2\sqrt{1+f^2})^{1/\nu}} \left[ h_{к}^{\nu} + 0,8\nu(\nu-1)k_2 \times \right. \\ \left. \times R^{1/\nu} h_{к}^{\nu-1/\nu} \left( \frac{HB}{E} \right)^{1/\nu} (1-\mu^2)^{1/\nu} \right]^{1/\nu}. \quad (2.45)$$

Уравнение (2.45) переходит в уравнение (2.44), если в последнем положить равным нулю член, содержащий  $HB/E$ . Таким образом, в общем случае на соотношения между сближениями в статике и при скольжении влияют физико-механические характеристики контактирующих тел. При этом следует иметь в виду, что для мягких металлов, обладающих достаточной пластичностью, соотношения между  $h_{ст}$  и  $h_{к}$  определяются формулой (2.44), в то время как для пластмасс и твердых металлов при небольших нагрузках — формулой (2.45).

При упругих деформациях в зоне касания, по данным Миндлина [316], Лоджа и Хоувела [312], И. В. Крагельского, Н. Б. Демкина, Н. М. Михина [98], увеличения площади касания при скольжении по сравнению со статикой не происходит. Следовательно, при упругом контакте  $h_{к} = h_{ст}$ .

Таким образом, как при упругих, так и при пластических деформациях в зоне касания для случая внедрения практически не происходит увеличения площади касания.

## § 7. Экспериментальное изучение фактической площади касания

Полученные выше формулы (2.43) и (2.44) были проверены нами экспериментально на специальном приборе.

В настоящее время существует ряд методов для экспериментального изучения площади фактического контакта [43, 46, 209, 233]. В описываемых ниже экспериментах целесообразно было оценивать площадь касания по величине сближения, так как это одновременно позволяло использовать полученные результаты для исследования зависимостей от нормальной нагрузки сближения и контактного предварительного смещения. Величину сближения определить экспериментально довольно трудно. Трудность непосредственного измерения заключается в том, что величину внедрения жестких микронеровностей в поверхность мягкого тела



очень трудно отделить от объемной деформации самого тела. Для того чтобы исключить объемную деформацию, проводились эксперименты на специальном приборе, построенном по принципу, предложенному в работе [93]. Основанием для выбора прибора послужили следующие соображения: 1) возможность электрической записи сближения, позволяющая записывать одновременно со сближением время и изменение сближения во время сдвига, что очень важно при экспериментальном изучении контактного предварительного смещения; 2) возможность изменения в больших пределах нагрузки и скорости.

Принципиальная схема электромеханического прибора приведена на рис. 26. В качестве испытуемых образцов взяты два цилиндра: верхний нагрузочный сплошной цилиндр 15, расположенный в образце-держателе 1, и нижний полый цилиндр 10, имеющий в верхней части кольцевой паз. В канал нижнего образца вставлена трубка 12, на которой навинчена гайка 14, упирающаяся с натягом в кольцевой паз нижнего образца.

Натяг осуществляется с помощью спиральной пружины 9. Через трубку 12 пропущен стержень 11, который верхним концом упирается в верхний образец. Нижним концом стержень упирается в полусферический выступ, закрепленный на горизонтальной пластине рамки с датчиком 6.

Горизонтальная пластина давит на вертикальную пластинчатую пружину, на которой наклеены тензодатчики. Рамка с датчиком жестко соединена с цилиндром 8, который может скользить относительно трубки 12 и закрепляется на ней с помощью винта 7. Такое соединение цилиндра с трубкой необходимо для установки на нуль. Установка на нуль производится винтом грубой подводки и микрометрическим винтом тонкой подводки, не показанным на схеме, который также служит для тарировки сближения. Эти винты смонтированы в одном блоке и жестко закреплены на станине прибора.

Движение осуществляется от электромотора постоянного тока напряжением 24 В и мощностью 12 Вт. Вращение от электромото-

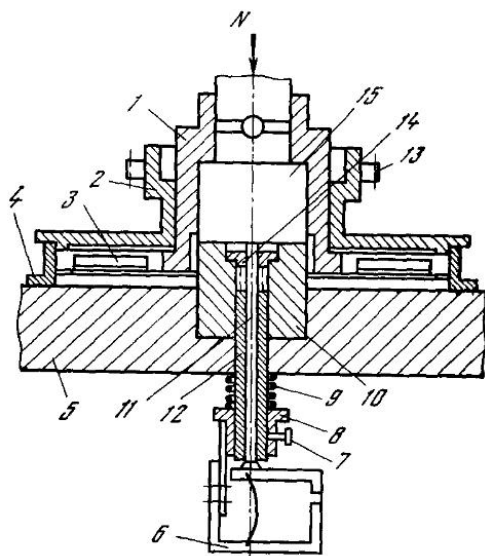


Рис. 26

ра передается с помощью блока шестерен на подвижную обойму 2, которая вращается в неподвижной обойме 4, жестко соединенной со станиной прибора 5. Питание электромотора осуществляется от выпрямителя. Прибор может работать в комплекте с усилителем и осциллографом или другим регистрирующим прибором.

В качестве испытуемых материалов были приняты металлы, причем пары трения выбирались таким образом, что твердость одного из образцов (верхнего) намного отличалась от твердости нижних мягких образцов. Образцы изготовлялись в виде цилиндров диаметром 20 и высотой 16 мм из технически чистых металлов, взятых из одной заготовки, что гарантировало некоторую однородность по физико-механическим свойствам. Верхний образец сплошной и имеет на боковой поверхности паз, предохраняющий от проскальзывания относительно крестовины. Нижний образец выполнялся в виде полого цилиндра, имеющего в верхней части кольцевой паз, глубина которого 1,5 мм, и в нижней — радиальный паз, предохраняющий от проскальзывания относительно основания прибора.

Поверхность верхнего образца всегда изготовлялась шероховатой, чтобы исключить погрешность от влияния шероховатости образца на величину измеренного сближения при скольжении. В верхнем образце сверлилось сквозное отверстие, в которое вставлялся стержень 2 диаметром 3 мм, имеющий полированный торец. Нижние образцы изготовлялись с полированными и шероховатыми рабочими поверхностями.

Образцы изготовлялись на токарном и фрезерном станках. После изготовления образцов на рабочую поверхность наносилась заданная шероховатость. Чтобы предотвратить заваливание краев или непараллельность оснований образцов во время приготовления, они перед обработкой закреплялись в оправке с помощью сплава Вуда. После обработки поверхность образцов мягкого металла рассматривалась в микроскоп, с целью обнаружения частиц абразива. В большинстве случаев (за исключением свинца) включений не было замечено. На поверхности свинца иногда имелись незначительные включения абразива. После нанесения шероховатости образцы тщательно промывались технически чистым спиртом и помещались в эксикатор.

Так как для теоретического расчета отношения величины кинетического сближения к статическому необходимо знать величины показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $v$ , то с подготовленной к эксперименту поверхности снималась профилограмма на профилографе «Калибр-ВЭИ». Затем на основании профилограмм определялись значения показателей  $b$  и  $v$ . После снятия профилограммы образцы устанавливались для проведения экспериментов. Для того чтобы получить воспроизводимые результаты, перед каждым опытом контактирующие поверхности очищались от жировых пленок, сначала образцы тщательно промывались спиртом в течение 2 мин, затем подсушивались. Далее образцы промыва-

лись в течение 1—1,5 мин четыреххлористым углеродом и в течение 1 мин просушивались (беззольными фильтрами). После этого образцы приводились в соприкосновение и прикладывалась нагрузка. Подобная очистка применялась также и перед тем, как нанести слой смазки.

Перед началом экспериментов замерялась скорость вращения подвижной обоймы для того, чтобы учесть влияние нагрузки на скорость вращения. Измерение последней производилось на использованных образцах при соответствующей нагрузке. Как показали измерения, скорость при изменении нагрузки практически не меняется и в дальнейшем принимается постоянной.

В некоторых исследованиях [43, 205] отмечается, что в начальный момент сближения определяются случайными выступами, которые редко распределены по поверхности касания, и поэтому вероятность их попадания на профилограмму очень мала. Однако при малых нагрузках внедрение осуществляется преимущественно этими выступами. Поэтому если увеличивать нагрузку от нуля, то вследствие наличия на контактирующей поверхности случайных выступов, сближение оказывается зависящим от них и, следовательно, невоспроизводимым. Для исключения влияния на сближение случайных выступов нами прилагалось начальное давление, рекомендуемое в работе [43] и равное  $0,017 \text{ кгс/мм}^2$ .

Такое давление получалось при нагружении образцов рычажно-пружинным динамометром с индикатором часового типа, вес которого равен  $1,33 \text{ кгс}$ . Поэтому установка на нуль устройства для записи сближения производилась при установленном на штоке динамометре. При этом динамометр слегка закреплялся между штоком и нагрузочным винтом. Считалось, что динамометр закреплен, как только конец нагрузочного винта соприкасался с динамометром, причем стрелка индикатора не отклонялась от нулевого деления. После закрепления динамометра производилась установка на нуль зайчика устройства для измерения сближения.

Установка на нуль осуществляется микрометрическим винтом с ценой деления  $1 \text{ мкм}$ . При вращении винта медленно поднимается рамочка *б* (см. рис. 26) с датчиком, а следовательно, и стержнем, служащим для передачи давления на пружину, до тех пор, пока верхний конец стержня не коснется верхнего образца, тогда зайчик на осциллографе начнет отклоняться. Сразу после небольшого отклонения зайчика закрепляем рамочку *б* на трубке с гайкой с помощью цилиндрика *8* и стопорного винта *7*. После чего, чтобы сделать систему для замера независимой от объемной деформации образцов, отводим вниз площадку, поддерживающую рамочку, и делаем запись нулевого положения на осциллографе.

После записи нулевого положения прикладывается нагрузка и записывается статическое внедрение, затем, не выключая осциллограф, включается электромотор и во время перераспределения площади касания записывается сближение при движении. Сдвиг производился на расстояние гораздо большее, чем то расстояние,

при котором кончался процесс перераспределения площади касания. После проведения опыта образцы снимались с прибора и осматривались поверхности твердого образца с целью обнаружения следов намазывания. Если при осмотре обнаруживалось значительное намазывание, результат считался неправильным и эксперимент повторялся снова.

После испытания с поверхности жесткого цилиндра снималась профилограмма для того, чтобы определить деформацию неровнос-

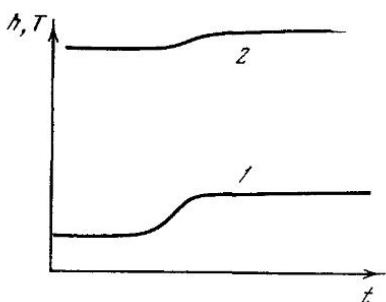
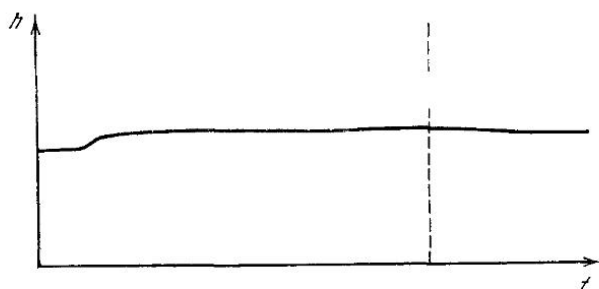


Рис. 27. Изменение сближения при сдвиге

1 — сила трения;  
2 — сближение

Рис. 28



тей. Обработка профилограмм показала, что шероховатость поверхности до и после контактирования не меняется. Поэтому в дальнейшем использовался один образец из твердого материала на четыре испытания, т. е. на четыре нагрузки с мягким металлом, а затем твердый образец заменялся новым. Для таких материалов, как армо-железо и медь, на каждую нагрузку изготовлялся свой образец.

Тарирование устройства для измерения сближения производилось с помощью микрометрического винта. Тарирование показало, что устройство для измерения имеет линейную шкалу. Причем при измерении сближения прибор обладает хорошей стабильностью показаний (разброс измерений сближения составляет меньше 5%). Всего было испытано 180 образцов.

*Результаты экспериментов.* Соотношения между сближением и фактической площадью касания в покое и при скольжении исследовались на контактах следующих трех типов: 1) твердой шерохо-

Таблица 4

Материал	Нагрузка, кгс	Статическое сближение, мм	Отношение сближения при движении к статическому		
			экспери- ментальное	теорети- ческое	контурная площадь, мм
Алюминий	8	2,2	1,29	1,4	80
	26	3,5	1,45		
	45	4,5	1,20		
	65	6,3	1,32		
Свинец	6,5	3,5	1,30	1,4	80
	12	5,6	1,32		
	24	9,4	1,3		
	35	14	1,3		
	45	20	1,5		
Олово	20	3,4	1,19	1,45	280
	40	4,8	1,32		
	60	5,2	1,32		
Медь	50	1,7	1,25	1,4	280
	100	2,7	1,27		
	150	4	1,24		
Сталь 3	100	1,8	1,31	1,50	280
	150	2,5	1,26		
	200	2,7	1,33		

Примечание. Поверхность образца из стали У8 обработана по 4-му классу шероховатости.

ватой поверхности с мягкой гладкой; 2) твердой шероховатой поверхности с мягкой шероховатой; 3) двух шероховатых поверхностей, имеющих одинаковые механические свойства. Оценка фактических площадей касания в покое и при скольжении производилась косвенно по расчету через их сближение.

Эксперименты показали, что при сдвиге контактирующих тел происходит увеличение взаимного внедрения (сближения) твердых тел (рис. 27). На рис. 27 показано изменение сближения во время сдвига пары трения полированный алюминий — сталь У10. Рабочая поверхность более твердого образца обработана по 6-му классу шероховатости. Эксперимент проводился при нагрузке 40 кгс.

Таблица 5

Материал	Нагрузка, кгс	Статическое сближение, мм	Отношение сближения при движе- нии к статическому	
			эксперименталь- ное	теоретическое
Алюминий	20	1,1	1,17	1,28
	40	1,2	1,21	
	60	1,6	1,23	
Жадий	20	1,3	1,23	1,28
	40	1,4	1,23	
	60	1,5	1,27	
Медь	20	1,0	1,18	1,26
	40	1,7	1,20	
	60	1,9	1,20	
Арм ко-железо	20	0,5	1,27	1,32
	40	0,7	1,22	
	60	1,1	1,24	

Примечание. Поверхность образца из стали У8 обработана по 6-му классу шероховатости.

На рис. 28 показано изменение сближения во время сдвига для пары сталь 3 — сталь 3, рабочие поверхности которых обработаны по 5-му классу шероховатости. Эксперимент производился при нагрузке 100 кгс. Изменение сближения при контактировании одноименных материалов еще раз показывает, что в этом случае имеет место взаимное внедрение контактирующих тел. Причем процесс увеличения сближения характеризуется перераспределением площади касания и изменением напряженного состояния в зоне контакта. Поэтому сдвиг, при котором не происходит перераспределения площади касания, не вызывает изменения сближения.

Это предположение было проверено экспериментально. Опыты проводились по методике, описанной выше. После того как заканчивался процесс перераспределения площади касания и не происходило изменения сближения, движение образцов останавливалось, причем вертикальная нагрузка не снималась. Повторный сдвиг не вызывает увеличения сближения, что отчетливо видно из осциллограммы (см. рис. 28).

Как было показано выше, перераспределение площади касания при пластическом контакте соответствует увеличению сближения в

$(2\sqrt{1+f^2})^{1/2}$  раз. Из результатов экспериментов, приведенных в табл. 4 и 5, следует, что средняя величина отношения сближений при движении и в неподвижном состоянии почти всегда меньше теоретического значения этого отношения. Это объясняется, очевидно, тем, что реальная форма выступов несколько отличается от сферической. Следует иметь в виду, что расчеты, приведенные выше, выполнены для идеально пластического контакта, а реальное контактирование сопровождается наклепом, кроме того, при скольжении имеет место и упругое восстановление. Перечисленные обстоятельства несколько искажают результат, однако, несмотря на

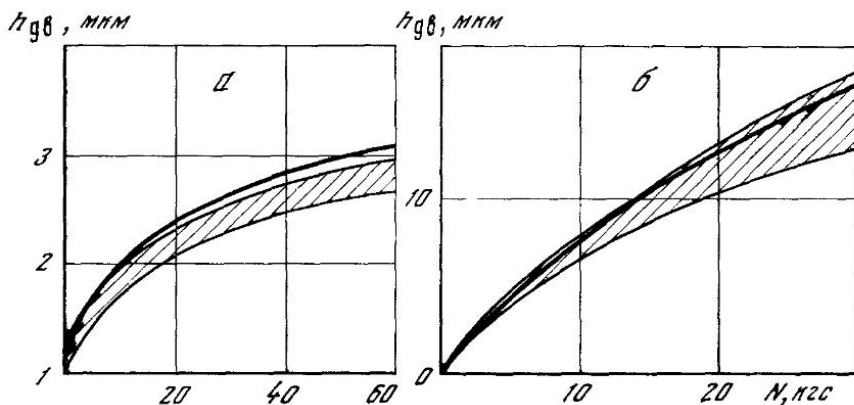


Рис. 29. Зависимость сближения от нормальной нагрузки

а — свинец — сталь У8; б — алюминий — сталь У8

это, эксперимент дает вполне удовлетворительное совпадение с расчетом. Расчеты, выполненные по формуле (2.45), показывают, что для исследуемых материалов упругое восстановление незначительно влияет на полученные экспериментальные значения  $h_k$ . Поэтому определение расчетных отношений между  $h_{от}$  и  $h_k$  проводилось по формуле (2.44). Так как сближение изменяется в пределах  $0 \leq \epsilon_k \leq 2^{1/2} \epsilon_{ст}$ , то можно считать, что увеличения площади касания при сдвиге не происходит. Средняя величина отношения сближений определялась как среднее арифметическое четырех отношений при одной и той же нагрузке.

На рис. 29 приведены графики изменения сближения от нагрузки при контактировании шероховатой твердой поверхности с мягкой гладкой. Жирная линия показывает теоретические сближения, рассчитанные по формуле (5.29а), заштрихованная область — результаты экспериментов. Рабочая поверхность более твердых образцов обрабатывалась точением по 4-му классу и шлифованием на шкурке по 6-му классу шероховатости.

Как следует из графиков, сближение в зависимости от нагрузки изменяется по параболе, причем при маленьких нагрузках растет

довольно интенсивно, затем рост замедляется. Принципиально полученные зависимости аналогичны зависимостям, полученным в работе [43]. При проведении экспериментов не получено прямолинейной зависимости сближения от нагрузки, отмечаемой другими авторами, потому что максимальное контурное давление не превышало  $4 \text{ кгс/мм}^2$ .

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 29 и в табл. 4 и 5, показал, что практически всегда величина сближения, определяемая теоретическим путем, незначительно больше, чем величина, получаемая из эксперимента, что обусловлено, очевидно, влиянием упругого восстановления. При этом зависимость сближения при движении от нагрузки аналогична зависимости статического сближения от нагрузки.

Это означает, что на изменение сближения при сдвиге основное влияние оказывает перераспределение площадей касания, а не увеличение площади касания при движении по сравнению с площадью касания в неподвижном состоянии.

## § 8. Контактное предварительное смещение

Начало движения трущихся тел характеризуется увеличением силы трения от нуля до некоторого конечного значения, называемого силой трения покоя. Это возрастание силы трения сопровождается микросмещением контактирующих тел, открытым в 1926 г. русским ученым А. В. Верховским [26] и английским ученым Ренкиным [330] независимо друг от друга и названным предварительным смещением. Считается [100], что величина предварительного смещения равна расстоянию, при котором сила трения достигает своего максимального значения, соответствующего началу непрерывного скольжения тел друг по другу. Многочисленными исследованиями [2, 3, 148, 149, 158, 159, 201, 240] было установлено, что предварительное смещение обусловлено деформацией образцов в зоне контакта.

Следует отметить, что в этой деформации необходимо различать объемную деформацию трущихся тел под действием тангенциальных сил и деформацию, возникающую в зоне фактического контакта тел. Следовательно, предварительное смещение  $x = x_{об} + x_{к}$ , где  $x_{об}$  — суммарная объемная деформация контактирующих тел;  $x_{к}$  — контактное предварительное смещение.

Причем объемная деформация контактирующих тел не характеризует предварительное смещение, так как она является сдвиговой деформацией образцов и может быть определена в общем случае [101] по следующей формуле:

$$x_{об} = \frac{\tau_1}{G_1} h_1 + \frac{\tau_2}{G_2} h_2,$$

где  $\tau_1, \tau_2$  — номинальное сдвигающее напряжение в первом и во втором теле (рис. 30);  $G_1, G_2$  — модули сдвига первого и второго



тела;  $h_1, h_2$  — расстояния от контактной плоскости до плоскости приложения силы.

Таким образом, предварительное смещение характеризуется явлениями, происходящими в зоне непосредственного контакта, т. е. контактным предварительным смещением.

Произведем анализ контактного предварительного смещения, полагая, что при трении имеет место внедрение жесткой шероховатой поверхности, моделированной в виде сфер одинакового радиуса, в абсолютно пластически деформированную поверхность. При упругих деформациях в зоне касания определяют [47] контактное предварительное смещение, используя решение Миндлина [316].

Рассмотрим два этапа контактирования: первый — под действием только нормальной нагрузки (неподвижный контакт), вто-

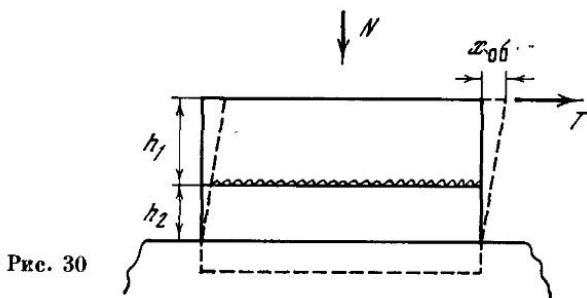


Рис. 30

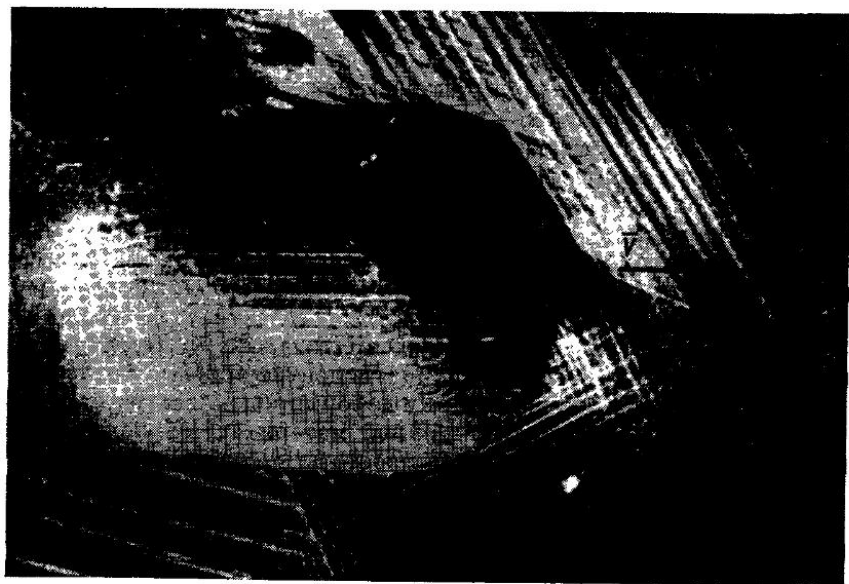


Рис. 31. Начало сдвига шара, контактирующего с плоской пластиной

рой — под действием нормальной и тангенциальной нагрузок (предварительное смещение).

При приложении нормальной нагрузки  $i$ -я неровность под влиянием силы  $N$ , деформируя материал, заглубляется на величину  $h_i$ , определяемую в зависимости от нагрузки и физико-механических свойств деформируемого тела уравнением (2.41).

При заглублении неровность, рассматриваемая нами как единственный индентор, будет охватываться деформируемым материалом равномерно со всех сторон. При приложении тангенциальной нагрузки напряжения со стороны действия тангенциальной силы возрастают и сферическая неровность начнет двигаться, пластически оттесняя материал. При этом задняя полуповерхность по направлению движения этой неровности окажется полностью разгруженной, т. е. она оторвется от ранее деформированного материала (см. рис. 21). Сумма сил  $T$  и  $N$  будет действовать только на переднюю полуповерхность  $AB$ .

Так как средние нормальные напряжения на контакте в статике приблизительно равны средним нормальным напряжениям при движении, то очевидно, что в момент начала скольжения площадь на передней полуповерхности индентора должна возрасти, тем самым скомпенсируется отсутствие ее на задней полуповерхности. Это приведет к заглублению индентора до тех пор, пока площадь передней полуповерхности не станет равной  $A_r \sqrt{1 + f^2}$ . Соответственно будет возрастать тангенциальная сила, которая при равенстве поверхностей достигает своего максимального значения (если пренебречь реологическим эффектом).

Процесс перераспределения опорной площади соответствует переходу от неполной силы трения к полной силе трения покоя.

Таким образом, предварительное смещение обусловлено перераспределением площадей касания контактирующих неровностей, а величина его равна расстоянию, на котором заканчивается этот процесс перераспределения площадей касания. Процесс перераспределения отчетливо виден на рис. 31, взятом из [271]. Одновременно с этим происходит рост тангенциальной силы от нуля до максимального значения. Величина внедрения  $h_k$ , при которой закончился процесс перераспределения площадей, будет определяться формулой (2.43).

Для определения величины предварительного контактного смещения расположим начало координат в центре проекции отпечатка на плоскость (рис. 32) и рассмотрим деформирование материала под действием приложенных сил. Волной материала, образующегося при вдавлении шара, будем для простоты пренебрегать. При действии вертикальной нагрузки шар заглубится на расстояние  $z = h_{ст}$ . При приложении тангенциальной нагрузки  $T$  шар сместится на бесконечно малое расстояние  $dx$ , этому смещению соответствует заглубление  $dz$ . Очевидно, что

$$dx = dz \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.46)$$

причем углы  $\varphi$  и  $EO_1O$  равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Угол  $EO_1O$  равен углу  $AO_1B$  и соответственно равен  $2\gamma$ , отсюда  $\operatorname{tg} \varphi = 2 \operatorname{tg} \gamma / (1 - \operatorname{tg}^2 \gamma)$ . Из геометрических соображений  $\operatorname{tg} \gamma = z/r$ , где  $r$  — радиус пятна касания. Соответственно с достаточной точностью  $r = \sqrt{2Rz}$ , тогда получим

$$dx = \sqrt{\frac{R}{2}} z^{-1/2} dz.$$

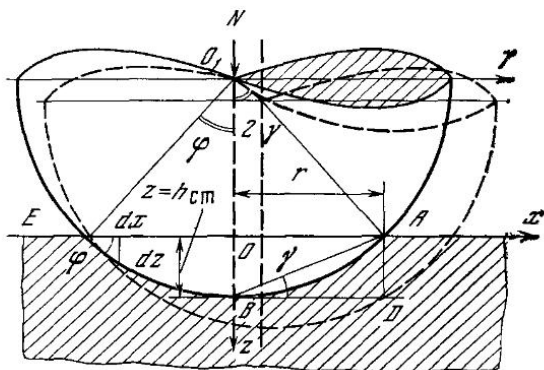


Рис. 32

Величина предварительного смещения  $X_K$  будет равна

$$X_K = \sqrt{\frac{R}{2}} \int_{h_{ст}}^{h_K} z^{-1/2} dz. \quad (2.47)$$

Подставляя (2.46) в (2.47), учитывая (2.43) и интегрируя, получим для одной неровности

$$X_K = \sqrt{2Rh_{ст}} [(2\sqrt{1+f^2})^{1/2} - 1]. \quad (2.48)$$

При контакте твердой шероховатой поверхности с пластически деформируемой гладкой, когда в контактировании много неровностей, процесс перераспределения площадей заканчивается при величинах  $h_K$ , определяемых формулой (2.44). Тогда контактное предварительное смещение равно

$$X_K = \sqrt{2Rh_{ст}} [(2\sqrt{1+f^2})^{1/2\nu} - 1]. \quad (2.49)$$

Аналогично для двух шероховатых поверхностей, подставляя в формулу (2.49) значение  $h_K = (2\sqrt{1+f^2})^{1/(\nu_1+\nu_2)} h_{ст}$ , получим

$$X_K = \sqrt{2Rh_{ст}} [2\sqrt{1+f^2}]^{1/2(\nu_1+\nu_2)} - 1]. \quad (2.50)$$

Из формул (2.49) и (2.50) следует, что контактное предварительное смещение составляет небольшую долю от диаметра пятна

касания, равную

$$X_K = \frac{(2\sqrt{1+f^2})^{1/2\nu} - 1}{2} d_{ст}.$$

Анализ формул (2.48) — (2.50) показывает, что контактное предварительное смещение прямо пропорционально  $1/2 \nu$  степени глубины внедрения и радиуса контактирующих неровностей и в значительной мере зависит от показателя кривой опорной поверхности  $\nu$ .

В общем случае необходимо при определении контактного предварительного смещения учитывать упругое восстановление дорожки трения. Для нахождения контактного предварительного смещения с учетом упругого восстановления в уравнение (2.47) подставляем значение  $h_{ст}$  по формуле (2.45), тогда контактное предварительное смещение единичного шарового индентора будет равно

$$X_K = 1,41 R^{1/2} \left\{ h_K^{1/2} - \left[ \frac{h_K + 0,6 h_K^{3/6} R^{1/6} \left( \frac{HB}{E} \right)^{1/3} (1 - \mu^2)^{1/3}}{2 \sqrt{1+f^2}} \right]^{1/2} \right\}.$$

В случае множественного контакта (контактирование шероховатой поверхности твердого тела с ровной поверхностью пластически деформируемого полупространства) перераспределение площади касания в момент сдвига заканчивается, когда величина сближения между трущимися поверхностями достигает значения, определяемого формулой (2.45). При этом расстояние, проходимое абсолютно жестким телом в тангенциальном направлении, т. е. контактное предварительное смещение, найдем, используя уравнение (2.47),

$$X_K = 1,41 R^{1/2} \times \left\{ h_K^{1/2} - \left[ \frac{h_K^\nu + 0,6\nu(\nu-1)k_2 R^{\frac{1}{6}} h_{\max}^{\frac{\nu-1}{6}} \epsilon_K^{\nu-\frac{1}{6}} \left( \frac{HB}{E} \right)^{\frac{1}{3}} (1-\mu^2)^{\frac{1}{3}}}{2 \sqrt{1+f^2}} \right]^{\frac{1}{2\nu}} \right\}. \quad (2.51)$$

Для оценки влияния упругого восстановления на контактное предварительное смещение сравним величины предварительного смещения, рассчитанные с учетом и без учета упругого восстановления. Из формулы (2.59) следует, что чем меньше внедрение, тем больше погрешность, вносимая упругим восстановлением при определении контактного предварительного смещения. При значениях  $h/R \geq 0,04$  влиянием упругого восстановления на контактное предварительное смещение можно пренебречь и при определении последнего пользоваться формулами (2.49), (2.50).

Выявление зависимости предварительного смещения от нагрузки осложняется объемной деформацией контактирующих деталей, причем величина этой деформации может быть равной контактно-

му предварительному смещению или даже превосходить его. Поэтому принимаемая в работах [91, 92] на основании ряда исследований [206, 216, 330, 349] линейная зависимость предварительного смещения является не совсем точной, так как в предварительное смещение входила объемная деформация контактирующих тел под действием приложенной тангенциальной силы.

В данном разделе установим зависимость контактного предварительного смещения от нормальной нагрузки, действующей на

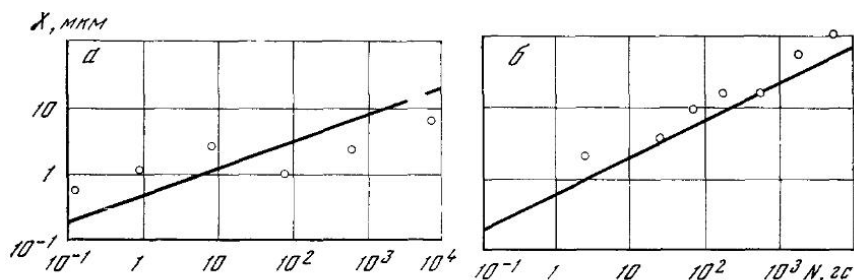


Рис. 33. Зависимость контактного предварительного смещения от нагрузки при контактировании материалов

а — платина — платина; б — сталь — сталь

трущиеся тела при идеально пластических деформациях в контактных зонах.

Исследование предварительного смещения при упругом контакте на основании решения задачи о скольжении шара Миндлиным [316] сделано И. В. Крагельским и Н. Б. Демкиным [47] и при вращательных колебаниях К. Л. Джонсоном [299].

При идеально пластическом контакте из формул (2.48) и (2.50) следует, что контактное предварительное смещение в зависимости от нагрузки можно выразить через величину внедрения  $h_{ст}$ .

Подставляя в формулу (2.48) значение  $h_{ст}$  из (2.41), получим для единичного индентора

$$X_k = \sqrt{\frac{N}{\pi HB}} [(2 \sqrt{1 + f^2})^{1/2} - 1]. \quad (2.52)$$

Английские исследователи Коуртней-Пратт и Эйсер [272] выполнили тонкие и весьма тщательные эксперименты по определению предварительного смещения единичного индентора, скользящего по полированной плоской поверхности прямоугольного образца. Причем индентор и плоскопараллельный образец были изготовлены из одинакового материала. На рис. 33 приведены данные [272] по предварительному смещению в зависимости от нагрузки (отдельные точки) и прямая, рассчитанная по формуле (2.52). Как видно, между предложенной формулой и результатами расчета имеется удовлетворительное соответствие. Однако

надо иметь в виду, что применение одинаковых материалов затрудняет расчет, поскольку при контактировании одноименных материалов имеет место деформация сферы, тогда как выведенная формула ее не учитывает.

В случае контакта твердой шероховатой поверхности с пластически деформируемой ровной согласно [43] и [114]

$$h_{ст} = h_{\max} (N/A_c b c \sigma_s)^{1/\nu}. \quad (2.53)$$

Подставляя (2.53) в (2.48), получим

$$X_k = \sqrt{2Rh_{\max}} (N/A_c b c \sigma_s)^{1/2\nu} [(2\sqrt{1+f^2})^{1/2\nu} - 1]. \quad (2.54)$$

Из (2.54) следует, что контактное предварительное смещение пропорционально нагрузке в степени  $1/4$  при  $\nu = 2$  или  $1/6$  при  $\nu = 3$ , т. е. для достаточно гладких поверхностей контактное предварительное смещение очень слабо зависит от нагрузки. В зависимости от шероховатости контактное предварительное смещение изменяется значительно, пропорционально величине  $\sqrt{Rh_{\max}}$ .

Полученные выше формулы для вычисления контактного предварительного смещения в случае скольжения шероховатых поверхностей были проведены экспериментально на приборе, описанном выше.

Экспериментально эффект предварительного смещения изучался рядом авторов [24, 102, 217, 272]. Однако контактное предварительное смещение изучено слабо. Так как контактное предварительное смещение обусловлено перераспределением площадей касания в момент сдвига и равно расстоянию от нуля до  $X_{k \max}$ , на котором заканчивается процесс перераспределения, то оно может быть оценено косвенно по изменению сближения, т. е. по отношению  $h_{кин}/h_{ст}$ . Причем, применяя принцип относительного измерения сближения, сводим к минимуму погрешность в определении контактного предварительного смещения, так как измеряемая высота деформируемого материала равна пояску нижнего образца 10 (см. рис. 26), которая равна 1,5 мм. Расчет показывает, что тангенциальная объемная деформация выражается в зависимости от нагрузки при  $A_c = 78 \text{ мм}^2$  следующим образом:  $X_{об} = 0,0062 NR/E$ , где  $E$  — модуль упругости материала;  $R$  — радиус кольцевого выступа.

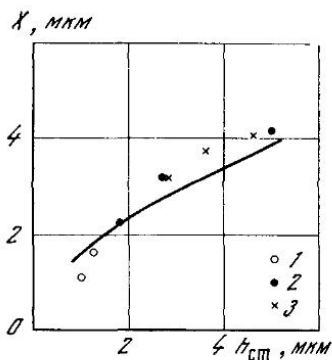
При нагрузках в условиях эксперимента для всех испытуемых материалов этой составляющей  $X_{об}$  можно пренебречь. Максимальная погрешность от такого допущения составляет 2,8%. Поэтому определяемое таким образом предварительное смещение по существу является контактным предварительным смещением.

Непосредственно из эксперимента величину предварительного смещения можно определить следующим образом. Как отмечалось, прибор для измерения сближения позволяет записывать его на ленту осциллографа. При этом одновременно со сближением можно записывать время. Контактное предварительное смещение на-

блюдается в процессе перераспределения площадей и равно расстоянию, проходимоу образцом в тангенциальном направлении за промежуток времени, в течение которого заканчивается процесс перераспределения площадей и происходит изменение сближения от  $h_{ст}$  до  $h_k$ . Зная промежуток времени, в течение которого происходит изменение сближения, что отчетливо видно из осциллограммы (см. рис. 28), и скорость вращения образцов, можно легко определить расстояние, которое проходит образец за время изменения сближения. Скорость вращения измерялась экспериментально.

Рис. 34. Зависимость контактного предварительного смещения от сближения между поверхностями образцов

- 1 — медь;
- 2 — олово;
- 3 — свинец



Из рис. 26 следует, что ввиду различных линейных скоростей одному и тому же времени будут соответствовать различные расстояния, проходимые неровностями. Однако это различие будет невелико, так как кольцевой выступ имел ширину 1,5 мм, а внутренний диаметр был равен 10 мм. Расстояние, на которое перемещались образцы при измерении сближения, рассчитывалось исходя из внутреннего диаметра кольцевого выступа, так как сближение изменяется до тех пор, пока не произойдет перераспределение площадей касания неровностей, расположенных около внутренней стороны кольцевого пояса. Время измерялось с точностью до 0,01 сек, поэтому величина перемещения определялась достаточно точно.

*Зависимость контактного предварительного смещения от величины внедрения.* Величина контактного предварительного смещения является функцией величины сближения между контактирующими поверхностями. Как следует из (2.50), при одинаковой величине сближения при всех прочих условиях (равенстве показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $v$ , радиусов неровностей  $R$ , максимальных высот неровностей  $h_{max}$ ) получаются одинаковые величины контактного предварительного смещения. Указанное положение было проверено экспериментально.

На рис. 34 приведена зависимость предварительного смещения от сближения в момент сдвига твердого образца из стали У8, имеющего шероховатую рабочую поверхность, относительно нижнего образца. Нижние образцы, изготовленные из различных материа-

лов, в этом случае имели полированную рабочую поверхность. Сплошная линия изображает теоретическую зависимость контактного предварительного смещения от сближения, отдельные точки — результаты экспериментов. Каждая экспериментальная точка является средним арифметическим результатом пяти — семи измерений. Расчет теоретических величин предварительного смещения, соответствующих определенным сближениям, производился по формуле (2.49). Необходимые для расчета значения коэффициента трения  $f$  имели для каждого образца свои значения, в качестве среднего арифметического был взят  $f = 0,3$ . Значения параметров  $\nu$  и  $R$  колебались около величин  $\nu = 3$ ,  $R = 80$  мк. Величина сближения между поверхностями в неподвижном состоянии определялась экспериментально.

Из рис. 34 следует, что, несмотря на некоторый произвол в выборе  $\nu$ ,  $R$  и  $f$ , экспериментальные значения контактного предварительного смещения совпадают с расчетными величинами. Отклонения экспериментальных точек от теоретической кривой объясняются, во-первых, некоторыми погрешностями при определении  $\nu$ ,  $R$ ,  $h_{\max}$ ; во-вторых, тем, что теоретическая кривая построена по некоторым средним значениям величин, входящих в формулу (2.49), которые естественно несколько отличаются от аналогичных величин, определенных для каждого материала. Таким образом, уравнение (2.49) удовлетворительно описывает результаты экспериментов металлов при значительных сближениях, где можно пренебречь упругим восстановлением.

*Зависимость контактного предварительного смещения от нагрузки.* Экспериментальное исследование зависимости контактного предварительного смещения от нагрузки проводилось для случая контактирования шероховатой поверхности твердого ( $R_c = 59$ ) стального образца с полированными поверхностями образцов, изготовленных из различных менее твердых материалов. Образцы для экспериментов подготавливались по методике, приведенной выше. Результаты сравнения теоретических и экспериментальных данных приведены на рис. 35, сплошная линия изображает теоретическую зависимость контактного предварительного смещения от нормальной нагрузки, рассчитанную по формуле (2.54), точки — экспериментальные значения. Каждая точка вычислена как среднее арифметическое результатов пяти — семи измерений. Рабочая поверхность твердого образца из стали У8 ( $R_z = 30$  мкм) обрабатывалась по 4-му классу шероховатости строганием в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Необходимые для расчета значения показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $\nu$ , а также величины  $h_{\max}$  и  $R$  определялись экспериментально при помощи профилограмм. Рабочие поверхности образцов, изготовленных из более мягких металлов, полировались.

Из рис. 35 следует, что уравнение (2.54) удовлетворительно описывает экспериментальную зависимость контактного предварительного смещения. Следует отметить характерную для всех



данных разницу в величинах предварительного смещения, найденных расчетным и экспериментальным путем, а именно при небольших нагрузках экспериментальная величина контактного предварительного смещения несколько меньше теоретической. Это, очевидно, объясняется тем, что при скольжении имеет место не идеально пластический контакт, а происходит упругое восстановление дорожки трения и, следовательно, перераспределение площадей касания заканчивается при меньших сближениях, что

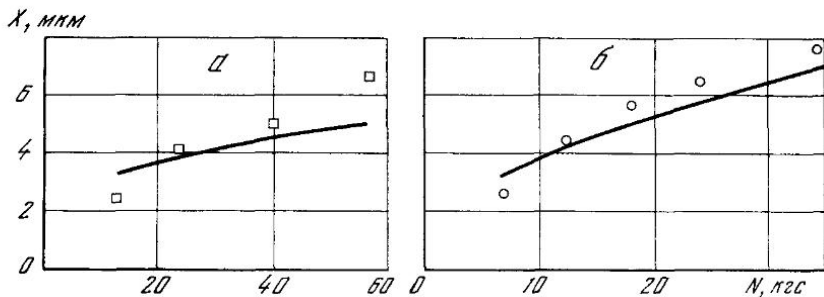


Рис. 35. Зависимость контактного предварительного смещения от нагрузки

а — медь; б — олово

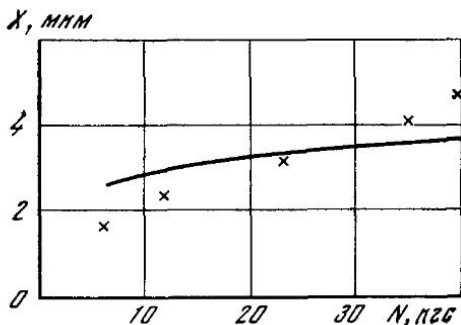


Рис. 36

приводит к меньшим при данной нагрузке величинам контактного предварительного смещения.

На рис. 36 приведены результаты сравнения расчета с экспериментом для случая, когда рабочая поверхность верхнего образца обработана по 6-му классу шероховатости (контактирующая пара сталь У8 — свинец). В этом случае расчет также дает удовлетворительное совпадение с экспериментом. Аналогичные данные получены для других металлов: олова, армко-железа, меди.

Из проведенных экспериментальных исследований следует, что величину упругого восстановления необходимо учитывать сравнительно при небольших нагрузках, где она оказывает значительное влияние на явления, происходящие на фрикционном контакте.

Проведенный анализ по результатам сравнения данных, полученных расчетом и экспериментально, позволяет считать, что сделанные при расчетах предположения справедливы, а сферическая модель шероховатой поверхности с хорошим приближением может использоваться для анализа явлений, происходящих в зоне касания твердых тел. При этом можно исходить из предположения об идеально пластическом контакте в зоне касания и лишь при контурных давлениях, соответствующих упругопластическим деформациям в зоне касания, учитывать упругое восстановление материала за скользящей неровностью.

## ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЮ ЕДИНИЧНОЙ НЕРОВНОСТИ ПО ДЕФОРМИРУЕМОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ

### § 1. Взаимодействие твердых тел при скольжении

Внешнее трение твердых тел — сложное явление, зависящее от многих процессов, протекающих на границе раздела двух твердых тел в зонах фактического касания, и процессов, происходящих в тонких поверхностных слоях твердых тел. Для оценки внешнего трения используют силовое воздействие (силу трения) одного тела на другое, имеющее место при скольжении контактирующих тел. Под силой трения  $T$  будем понимать силу сопротивления относительному перемещению твердых тел, направленную противоположно относительному перемещению тел [103].

Силы внешнего трения являются особым видом сил, выделяемых в механике [80] в специальный класс. Сила трения — сила неконсервативная, т. е. работа, производимая этой силой, зависит от пройденного пути. Особенностью силы внешнего трения является также то, что при безграничном уменьшении скорости скольжения, т. е. при стремлении скорости скольжения к нулю, сила внешнего трения не уменьшается до нуля, а стремится к некоторому конечному значению.

В настоящее время принято [49, 104] различать силу трения скольжения, силу трения покоя и неполную силу трения покоя. Под неполной силой трения покоя следует понимать силу сопротивления движению, направленную против относительного перемещения в режиме предварительного смещения. Сила трения покоя — максимальное значение неполной силы трения, соответствующей моменту перехода предварительного смещения в скольжение. Данной силе соответствует максимальное значение предварительного смещения. Сила трения скольжения равна по величине силе, необходимой для осуществления больших необратимых относительных перемещений. Ниже будем рассматривать только силу трения покоя, расчет которой имеет важнейшее значение для техники.

Вследствие дискретности контакта сила трения между твердыми телами при относительном перемещении

$$T = \sum_{i=1}^{n_r} T_i, \quad (3.1)$$

где  $n_r$  — число микронеровностей в контакте;  $T_i$  — сила трения на произвольной неровности.

Таким образом, сила трения между двумя твердыми телами будет зависеть от сил трения, проявляющихся на каждой микро-неровности, а механизм внешнего трения твердых тел будет обуславливаться характером взаимодействия единичных неровностей в зонах фактического касания.

Под влиянием нормальной нагрузки, сжимающей трущиеся тела, в результате разницы в физико-механических и микрогеометрических характеристиках происходит внедрение более жестких микронеровностей в поверхность менее жесткого тела. Каждая внедренная микронеровность образует единичную площадь касания. На суммарной площади фактического касания, равной сумме отдельных пятен касания, реализуется нормальная нагрузка и сила трения.

При относительном перемещении внедренные неровности будут деформировать тонкий поверхностный слой менее жесткого тела трущейся пары. Возникшее при этом сопротивление движению будет зависеть от конфигурации микронеровности и вида деформаций (упругая, упругопластическая или пластическая), имеющих место при скольжении микронеровностей.

При упругом контакте сопротивление движению при деформировании поверхностного слоя твердого тела появляется [346] вследствие несовершенной упругости, т. е. обусловлено гистерезисными потерями при деформировании тонкого поверхностного слоя внедрившимися неровностями.

При пластической деформации сопротивление движению из-за деформирования поверхностного слоя обусловлено [91, 105] пластическим оттеснением материала внедрившимися микронеровностями. При скольжении неровности перед ней образуется валик [106, 269] из сдеформированного материала. Величина валика зависит от молекулярного взаимодействия на границе раздела неровность — деформируемый материал и от величины внедрения неровности.

Следовательно, сила внешнего трения зависит от физико-механических свойств поверхностных слоев, отличающихся от аналогичных свойств материала в объеме. Причиной является то, что силы связи атомов в поверхностном слое не симметричны и атомы не могут принять положение, соответствующее равновесному состоянию, характеризующему наименьшей энергией в данных условиях. Например, на границе раздела металл — сверхвысокий вакуум со стороны вакуума практически не действуют силы связи, поэтому строение кристалла на его поверхности и непосредственно под ней оказывается искаженным. Искажение строения кристаллов, расположенных на поверхности поликристаллического тела, появляется также в процессе механической обработки поверхностей и в процессе трения под влиянием деформирования поверхностного слоя и под влиянием температуры.

Так как в поверхностном слое способность атомов к образованию связи используется не полностью, то они будут интенсивно

взаимодействовать с внешними атомами, не входящими в состав твердого тела. Поэтому в зонах непосредственного касания между атомами и молекулами, из которых состоят твердые тела, происходит взаимодействие.

Оценивая молекулярное взаимодействие твердых тел при трении, необходимо определить, совпадает ли площадь, на которой проявляются эти силы, с площадью фактического касания или же намного превосходит ее.

Взаимодействие между твердыми телами в зонах фактического касания будет зависеть от характера взаимодействия между отдельными атомами и молекулами. Согласно исследованиям Дебая [273], Борна [253], Френкеля [214], Лондона с сотрудниками [313, 314] и др., процесс взаимодействия между атомами довольно сложен. Между атомами действуют одновременно силы притяжения и отталкивания, обусловленные электростатическими, электродинамическими, магнитными и обменными силами. Если рассматривать систему атомов (что наблюдается при внешнем трении), то процесс взаимодействия будет осложняться взаимным влиянием отдельных атомов. Под действием сил притяжения и отталкивания атомы приходят в устойчивое положение, характеризующееся расстоянием  $r_0$

(рис. 37) между центрами масс атомов. Устойчивое положение характеризуется тем, что в нем система обладает минимальной энергией, а сила притяжения равна силе отталкивания. При увеличении расстояния  $r$  между центрами масс атомов сила отталкивания убывает интенсивнее силы притяжения, поэтому при  $r \gg r_0$  атомы притягиваются. Если  $r < r_0$ , то между атомами преобладают силы отталкивания. Анализируя работы по взаимодействию изолированных атомов, можно отметить, что сила притяжения между ними при увеличении расстояния резко уменьшается, изменяясь по следующему уравнению:

$$f = c/r^m, \quad (3.2)$$

где  $c$  — некоторая постоянная для данного вида атомов, зависящая от температуры;  $r$  — расстояние между центрами масс атомов;  $m$  — коэффициент, зависящий от расстояния между атомами. По данным [313, 314]  $m = 7$ . В случае больших по сравнению с раз-

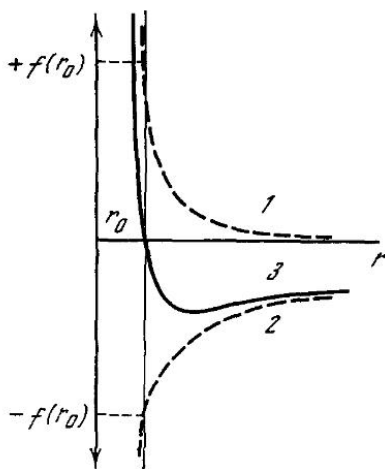


Рис. 37. Зависимость силы взаимодействия между двумя атомами от расстояния между ними

1 — отталкивание; 2 — притяжение;  
3 — результирующая

мерами атомов расстояний, как показали исследования [264, 265],  $m = 8$ .

При вычислении молекулярного взаимодействия поверхностей необходимо учитывать влияние на парное взаимодействие соседних молекул, расположенных на поверхности и под поверхностью твердого тела. Поэтому можно ожидать, что силы молекулярного взаимодействия в зависимости от расстояния между поверхностями будут изменяться не в соответствии с уравнением (3.2).

В электромагнитной теории сил притяжения между двумя конденсированными фазами полагают, что электромагнитное поле как внутри, так и вне конденсированного тела отсутствует. Однако молекулярное излучение флуктуирует и, следовательно, существует флуктуационное электромагнитное поле как внутри, так и вне его в виде системы бегущих и стоячих волн.

Расчет, проведенный Е. М. Лифшицем [136] на основании учета флуктуационных электромагнитных полей, существующих во всех телах, позволил получить следующее выражение для силы взаимодействия между двумя тождественными полупространствами, разделенными узкой щелью шириной  $l$ ,

$$F = \frac{\hbar c \pi^2}{240 l^4} \left( 1 - 7,2 \sqrt{\frac{m}{n}} \frac{cl}{e} \right), \quad (3.3)$$

где  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·сек — постоянная Планка;  $c$  — скорость света;  $l$  — расстояние между поверхностями;  $e$  — заряд электрона;  $m$  — масса электрона;  $n$  — объемная плотность электронов.

Полученная формула по данным [1, 50] хорошо согласуется с результатами экспериментов.

Таким образом, молекулярное взаимодействие между поверхностями довольно быстро уменьшается при увеличении расстояния между ними. К аналогичной зависимости пришел Х. Казимир [266].

Будет ли совпадать площадь, на которой силы молекулярного притяжения значительны, с площадью фактического касания или будет значительно отличаться от нее, зависит от угла наклона микронеровностей. Расчеты, проведенные по формуле (3.3), показывают, что при расстоянии между поверхностями твердых тел  $0,2-0,5$  мк сила притяжения изменяется от  $8 \cdot 10^{-2}$  до  $2 \cdot 10^{-3}$  кгс/мм<sup>2</sup>. Величина угла наклона между плоскостью основания выступа и его боковой поверхностью зависит от вида обработки. По данным Б. М. Левина [132], указанный угол составляет  $1-3^\circ$  при доводке,  $10^\circ$  при шлифовании,  $20^\circ$  при более грубой обработке. Э. В. Рыжов [195] приводит следующие значения углов: точение —  $5-20^\circ$ , шлифование —  $7-35^\circ$ , хонингование —  $3-13^\circ$ , доводка —  $2-20^\circ$ . Из элементарных геометрических соображений следует, что при угле наклона касательной порядка около  $5-10^\circ$  радиус области, на границе которой сила притяжения равна

$8 \cdot 10^{-3}$  кгс/мм<sup>2</sup>, отличается от радиуса пятна касания (рис. 38) на 0,05—0,1 мк. Таким образом, площадь фактического контакта и зона, в которой будет наблюдаться сильное молекулярное взаимодействие для поверхностей, обработанных по наиболее применяемым в машиностроении классам чистоты, практически совпадают. В случае доводки, как показывает анализ, зона молекулярного взаимодействия может значительно превышать фактическую площадь касания. На участках фактического касания

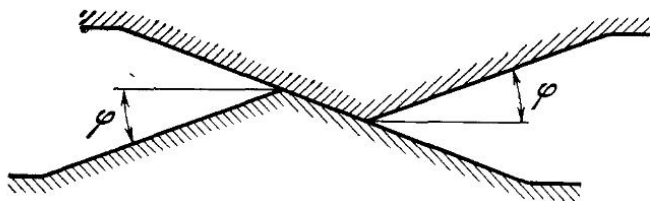


Рис. 38

молекулярное взаимодействие приводит к образованию связей, которые в процессе относительного скольжения разрушаются.

При относительном перемещении определенная часть силы сопротивления движению (силы трения) будет обуславливаться молекулярным и атомным взаимодействием на границе раздела твердых тел в зонах фактического касания. Часть силы трения, обусловленную молекулярным и атомным взаимодействием, в настоящее время принято называть [124] молекулярной (адгезионной) составляющей силы трения. Другая часть, обусловленная деформированием внедрившимися микронеровностями тонкого поверхностного слоя, называется деформационной составляющей силы трения [124]. Таким образом, внешнее трение имеет двойственную молекулярно-механическую или, как ее еще принято называть, адгезионно-деформационную природу.

Следует отметить, что ввиду искажений в строении поверхностных слоев твердых тел эти слои обладают запасом свободной энергии. Так как любая система по второму началу термодинамики стремится принять состояние с наименьшей соответствующей данным условиям энергией и в поверхностном слое атомы сохраняют остаточное сродство, то все это приводит к образованию на поверхностях твердых тел пленок адсорбированных газов, водяных паров и пленок окислов. Толщина образуемых пленок не одинакова в различных местах поверхности твердого тела [293, 324, 348]. Таким образом, молекулярное взаимодействие между поверхностями в зонах фактического контакта происходит не между твердыми телами, а между пленками, покрывающими поверхности твердых тел.

Величина касательных напряжений, возникающих на фактической площади касания, будет зависеть не только от межмолекулярных взаимодействий [315, 335], а и от тангенциальной прочности соединений, образующихся в результате диффузии и схваты-

вания. Все процессы настолько осложняют картину межмолекулярного взаимодействия твердых тел, что теоретически определить касательные напряжения в настоящее время не представляется возможным. В дальнейшем будет описана методика и предложена установка [176] для экспериментального определения характеристик, необходимых для нахождения молекулярной составляющей силы трения.

Процесс разрушения, характерный для внешнего трения, допускает, что прочность поверхностных слоев должна быть меньше, чем нижележащих, т. е. применительно к поверхностным слоям должен соблюдаться положительный градиент механических свойств [91]. Однако даже при наличии положительного градиента механических свойств по глубине внешнее трение возможно только в определенном интервале нагрузок. Предельная нагрузка, приводящая к нарушению внешнего трения, определится на основании относительного внедрения неровности  $h/R$ , начиная с которой материал перед движущейся неровностью не оттесняется, а блокируется перед неровностью и начинается микрорезание материала неровностью. По исследованиям И. В. Крагельского [109] и Б. А. Друянова, предельное внедрение, при котором возможно внешнее трение, зависит от соотношения между касательными напряжениями  $\tau$  на поверхности шара и пределом текучести деформируемого материала ( $\sigma_s$ ) следующим образом:

$$\frac{h}{R} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2\tau}{\sigma_s} \right). \quad (3.4)$$

Межмолекулярное взаимодействие на границе раздела твердых тел в зонах фактического контакта при относительном движении вызывает появление касательных напряжений. Касательные напряжения вызывают возрастание объема в процессе деформаций [72, 91], увеличивая тем самым деформационную составляющую силы трения. Однако приведенный ниже анализ показывает, что это влияние при внедрениях, характерных для внешнего трения, незначительно и им с известным приближением можно пренебречь, полагая, что молекулярная и деформационная составляющие практически не зависят друг от друга. Эксперименты по определению силы трения показывают, что последнюю можно представить в виде суммы двух составляющих — молекулярной  $T_m$  и деформационной  $T_d$ :

$$T_m + T_d = T.$$

Из физических соображений следует, что задача о нахождении силы трения между поверхностями сводится к определению молекулярной и деформационной составляющих силы сопротивления относительно движению неровности. При этом в зоне касания в зависимости от нагрузки, приходящейся на индивидуальную неровность, могут иметь место как упругие, упругопластические, так и пластические деформации. Сила сопротивления движению



единичной неровности, возникающая при упругой деформации в зоне касания, была определена Тейбором [346], поэтому ниже рассмотрим силу сопротивления движению единичной неровности при пластических деформациях в зоне касания.

## § 2. Определение нормальных напряжений в произвольной точке на поверхности индентора

Предположим, что неровность является шаровым сегментом радиуса  $R$ . Определим силу сопротивления, возникающую при скольжении такой неровности по плоской поверхности пластически деформируемого полупространства, при наличии межмолекулярного взаимодействия на границе раздела неровность — деформируемый материал. Будем считать, что сферическая поверхность неровности гладкая, так что фактический контакт будет иметь место по всей геометрической площади соприкосновения неровности с поверхностью полупространства. Неровность будем рассматривать как абсолютно жесткую, а поведение деформируемого материала полупространства — подчиняющимся теории Треска. Теория Треска описывает поведение идеально жесткопластических материалов, т. е. материалов не обладающих упрочением в условиях, когда упругой частью деформации можно пренебречь по сравнению с пластической. Следует отметить, что материал Треска не деформируется до тех пор, пока максимальные касательные напряжения не станут равными половине предела текучести.

Известно [81], что условие текучести Треска в пространстве главных напряжений представляется правильной шестигранной призмой, ребра которой составляют равные углы с осями координат  $\sigma_2 \sigma_1$ .

При напряженном состоянии, соответствующем ребру призмы (полная пластичность), уравнения, описывающие поведение материала, разбиваются на две группы: для напряжений и для скоростей, причем, согласно исследованиям Д. Д. Ивлева [74, 75], система уравнений для напряжений оказывается замкнутой. Это означает, что если в задаче имеется достаточное количество граничных условий, то напряжения могут быть определены независимо от скоростей.

Рассмотрим граничные условия при установившемся движении сферического индентора по пластическому полупространству параллельно граничной плоскости на глубине  $h_k$  (рис. 39). При этом будем рассматривать обращенное движение, т. е. будем считать индентор неподвижным, а полупространство движущимся.

При установившемся движении перед индентором возникает валик, представляющий собой стоячую волну из пластически деформированного материала. Точная форма валика неизвестна и должна быть определена из решения. Условие, определяющее форму валика, состоит в том, что скорости частиц на поверхности ва-

лика должны быть направлены по касательной к поверхности. Ввиду этого задача является статически неопределимой и уравнение для напряжений необходимо рассматривать совместно с условиями для скоростей. Однако методы решения таких задач для сферы в настоящее время неизвестны.

Для упрощения задачи заменим криволинейную поверхность валика плоскостью, проведенной через наивысшую точку валика. Однако это упрощение не делает задачу статически определимой.

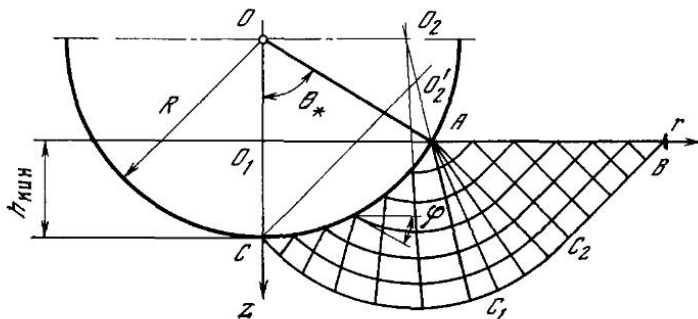


Рис. 39. Поле линий напряжений, возникающих при движении шарового индентора по пластическому полупространству

Действительно, на свободной от напряжений поверхности полупространства имеют место условия  $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ .

Эти условия не определяют три остальные компоненты тензора напряжений в точках свободной поверхности даже в случае полной пластичности. В этом случае поверхность напряжения Коши является поверхностью вращения, так как два главных напряжения равны. Направление оси  $O_1Z$  является главным для точек, лежащих на свободной поверхности. Но ось вращения напряжений Коши не совпадает с этим направлением, так как из физических соображений следует, что напряжения на площадках, параллельных оси в точках свободной поверхности, не могут быть равны между собой. Таким образом, ось вращения поверхности напряжений  $O_1Z$  должна быть горизонтальна и ее направление в горизонтальной плоскости не определяется граничными условиями для напряжений на свободной поверхности, следовательно, эта задача статически неопределима.

Поэтому граничные условия для напряжений и уравнения равновесия не определяют единственным образом поле напряжений.

Приведем приближенное решение, применяя допущения, используемые в прикладной теории пластичности. При определении нормальных напряжений будем считать, что поверхность индентора гладкая, т. е. силы трения на ней учитывать не будем. Такое упрощение применяется в прикладной теории пластичности и дает хорошие результаты [248]. Тогда поле напряжений, обладающее

симметрией относительно оси  $O_1Z$ , будет удовлетворять граничным условиям для напряжений и уравнениям равновесия

$$\begin{aligned} \partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y + \partial\tau_{xz}/\partial z &= 0, \quad \partial\tau_{yx}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y + \partial\tau_{yz}/\partial z = 0, \\ \partial\sigma_z/\partial x + \partial\tau_{zx}/\partial y + \partial\tau_{zy}/\partial z &= 0, \end{aligned}$$

но оно приводит к полю скоростей, не удовлетворяющему граничным условиям рассматриваемой задачи.

Так как симметричное распределение нормальных напряжений удовлетворяет граничным условиям для напряжений и уравнениям равновесия, то можно ожидать, что оно будет близко к действительному распределению напряжений. Следует указать, что подобное допущение весьма часто применяется в прикладной теории пластичности. В частности, вся теория технологических процессов, в том числе теория прокатки, построена на решениях, не учитывающих точного распределения скоростей [37]. Поэтому в качестве первого приближения можно принять, что распределение нормальных напряжений на поверхности сферы обладает осевой симметрией.

Мы не собираемся точно решать (в данной работе не рассматривается точное решение) уравнения осесимметричной задачи. Учитывая, что напряжения в пластических областях меняются медленно, найдем разложение в ряд Тейлора функции  $p = p(\theta)$  в окрестности точки  $\theta = \theta_*$ , отбрасывая члены порядка  $(\theta - \theta_*)^2$  и выше. Для определения  $p(\theta_*)$ ;  $p'(\theta_*)$ ;  $p''(\theta_*)$ , где  $p$  — величина среднего давления в точке, используем метод Генки [32], который состоит в том, что линии скольжения берутся такими же, как в случае плоской деформации. Примем для линий скольжения наиболее простую форму построения.

Теория осесимметричной задачи рассматривалась неоднократно [32, 77, 186, 334], причем если при рассмотрении пластического течения пользоваться условиями Мизеса, то уравнения для напряжений не будут гиперболическими [342] и при решении этих уравнений возникнут значительные трудности. Поэтому целесообразнее пользоваться условиями Треска  $\tau_{\max} = k$  ( $k$  — пластическая постоянная) для жесткопластического материала, которые дают их значительное упрощение. При решении задачи воспользуемся цилиндрической системой координат, причем ось  $O_1Z$  будет направлена в деформируемое полупространство, а ось  $O_1r$  — по границе полупространства (см. рис. 39).

Линии скольжения, образующиеся при деформировании материала, разбиваем на три области (см. рис. 39).

1. В области  $ABC_2$ , прилегающей к свободной границе, будет равномерное напряженное состояние и прямолинейное поле линий скольжения. Семейства линий скольжения будут наклонены к оси  $O_1Z$  под углами  $\pi/4$  и  $3/4\pi$ .

2. К области  $ABC_2$  будет прилежать центрированное поле  $AC_2C_1$  с центром в точке  $A$ .

3. Линии скольжения от  $AC_1$  до поверхности сферы  $AC$  будут иметь переменную кривизну. Для упрощения задачи заменим это поле линий скольжения центрированным полем  $CO_2C_1$ . Центры дуг семейства линий скольжения  $CC_1$  будут лежать на продолжении прямой  $AC_1$  и образовываться пересечением продолжения линий скольжения  $\beta$ , ортогональных к линиям скольжения  $CC_1$ .

Для определения усилий, действующих на шар, необходимо знать характер изменения нормальных напряжений  $\sigma_n$  в зависимости от относительной глубины внедрения  $h_k/R = 1 - \cos \theta_*$ , где  $\theta_*$  — угол, составленный радиусом, проведенным из центра в точку  $A$  и продолжением оси  $O_1Z$ . Напряжения, действующие на линии контакта  $AC$ , определяются по формулам согласно [81]

$$\sigma_n = -p + k \sin 2(\varphi - \theta), \quad (3.5)$$

$$\tau_n = -k \cos 2(\varphi - \theta), \quad (3.6)$$

где  $\varphi$  — угол наклона линии скольжения к оси  $O_1Z$ ;  $\theta$  — текущее значение  $\theta_*$ .

Так как на  $AC$   $\tau_n = 0$ , а линия скольжения пересекает  $AC$  под углом  $\pi/4$ , то

$$\varphi = \theta - \pi/4. \quad (3.7)$$

Подставляя (3.7) в уравнение (3.5), получаем

$$\sigma_n = -p - k, \quad (3.8)$$

т. е. для определения зависимости  $\sigma_n$  от величины внедрения необходимо знать зависимость  $p$  от того же параметра.

Следует заметить, что при определении  $p$  осесимметричное поле напряжений в рассматриваемой задаче соответствует тому же ребру призмы Треска, что и в задаче о твердости по Бринелю. При условии Треска для определения напряжений согласно [77, 334] получается система уравнений гиперболического типа, которая при отнесении к характеристическим линиям имеет вид

$$\begin{aligned} dp + 2kd\varphi + k(\sin \varphi + \cos \varphi) ds_\alpha/r &= 0, & \operatorname{tg} \varphi &= dz/dr, \\ dp - 2kd\varphi - k(\sin \varphi + \cos \varphi) ds_\beta/r &= 0, & \operatorname{tg} \varphi &= -dr/dz, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где  $p$  — величина среднего давления в точках;  $ds_\alpha$ ,  $ds_\beta$  — приращение соответствующих линий скольжения;  $r$  — текущая координата.

Уравнения (3.5) и (3.6) выполняются соответственно вдоль  $\alpha$  и  $\beta$  линий скольжения.

Величины  $p$  и  $\varphi$  связаны [81] с цилиндрическими напряжениями формулами

$$\begin{aligned} \sigma_z &= -p + k \sin 2\varphi, & \sigma_\theta &= -p + k, \\ \sigma_r &= -p - k \sin 2\varphi, & \tau_{r\theta} &= 0, \\ \tau_{rz} &= k \cos 2\varphi & \tau_{z\theta} &= 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Выберем произвольную точку  $M$  на поверхности шара и определим в этой точке нормальные напряжения  $\sigma_n$ , считая, что тангенциальные напряжения равны нулю.

Для того чтобы определить, какое уравнение будет справедливо в нашем случае вдоль линий  $MA''A'B'$  (рис. 40), воспользуемся правилом [334], что  $\alpha$  линией будет такая линия, при повороте которой на угол  $\pi/4$  в направлении от оси  $O_1Z$  получается алгебраически наибольшее главное напряжение.

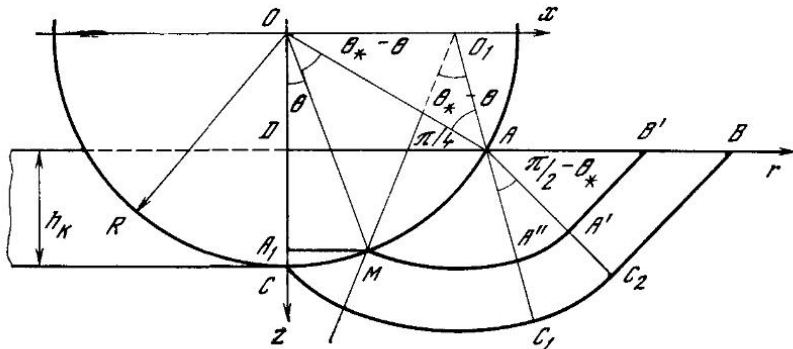


Рис. 40. Геометрическая схема к определению нормальных напряжений

Из физических соображений следует, что на прямой  $AB$   $\sigma_r < 0$ ,  $\sigma_z = \tau_{rz} = 0$ . Откуда, учитывая (3.10), получим  $p = k$ ,  $\varphi = \pi/4$ .

Следовательно,  $\sigma_z = \sigma_I > \sigma_r$  — максимальное напряжение, линия  $MA''A'B'$  является  $\alpha$ -линией и вдоль нее справедливо первое уравнение системы (3.9).

Для того чтобы интегрировать (3.9), найдем интеграл в каждой области  $AB'A'$ ;  $AA'A''$  и  $A''MO_1$ .

I. Область  $A''MO_1$ . В этой области

$$-p_M + p_{A''} = k \int_{\varphi_M}^{\varphi_{A''}} 2d\varphi + (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{ds_\alpha}{r}.$$

Определяя из геометрических соображений

$$\varphi_M = \theta - \pi/4, \quad \varphi_{A''} = \theta_* - \pi/4, \quad (3.11)$$

$ds_\alpha$  и  $r$  в зависимости от  $\theta$ ,  $\varphi$  и интегрируя, получим

$$-p_M + p_{A''} = + 2k (\theta - \theta_*) - kJ_1, \quad (3.12)$$

где

$$I_1 = \int_{\theta - \pi/4}^{\theta_* - \pi/4} (\sin \varphi + \cos \varphi) \times \\ \times \frac{0,7 \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{\theta_* - \theta}{2} \right) d\varphi}{\sin \theta + 0,7 \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{\theta_* - \theta}{2} \right) \left[ \sin \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) + \sin \varphi \right]}.$$

Следует отметить, что интеграл  $I_1$  через элементарные функции выражается сложно. Поэтому для упрощения введем обозначение  $\varphi = \theta - 0,25\pi + \psi$  и разложим полученное выражение по степеням  $\theta - \theta_*$  в окрестностях  $\theta_*$ . Для этого обозначим

$$F(\theta) = \int_0^{\theta - \theta_*} f(\theta, \psi) d\psi = F'(\theta_*)(\theta - \theta_*) + \\ + \frac{1}{2} F''(\theta_*)(\theta - \theta_*)^2 + F(\theta_*).$$

Учитывая, что  $F(\theta_*) = 0$  и  $F'(\theta_*) = -1$ , и пренебрегая  $(\theta - \theta_*)^2$  ввиду его малости, так как при трении имеются небольшие внедрения и поэтому рассмотрение производится в окрестностях точки  $A$ , получим  $I_1 = -(\theta - \theta_*)$  и, учитывая (3.12),

$$-p_M + p_{A''} = 3k(\theta - \theta_*). \quad (3.13)$$

II. Область  $AA'A''$ . Величина  $p_{A''}$  выражается в этой области аналогично области  $A''MO_1$ , т. е.

$$p_{A'} - p_{A''} = -k \int_{\varphi_{A''}}^{\varphi_{A'}} 2d\varphi + (\sin \varphi + \cos \varphi) \frac{ds_\alpha}{r}.$$

Согласно (3.11) значение  $\varphi$  в точке  $A'$  будет совпадать со значением  $\varphi$  в точке  $B'$ , так как область является областью равномерного напряженного состояния и, следовательно, вдоль линий скольжения  $\varphi = 0,24\pi - \text{const}$ .

Подставляя величины  $ds_\alpha$  и  $r$  и интегрируя, получаем

$$p_{A'} - p_{A''} = -k(\pi - 2\theta_*) - kI_2,$$

где

$$I_2 = \int_{\theta_* - \pi/4}^{\pi/4} (\sin \varphi + \cos \varphi) \frac{\rho d\varphi}{\sin \theta_* - \rho \sin \varphi}.$$

Для упрощения интегрирования разложим выражение  $(\sin \theta_* + \rho \sin \varphi)^{-1} = f(\rho)$  в степенной ряд по  $\rho$  и, пренебрегая ввиду малости членами, содержащими  $\rho^2$ , получим сходящийся ряд.

После интегрирования и некоторых упрощений получим  $I_2 = (\theta - \theta_*) \operatorname{ctg} \theta_*$ . Тогда

$$p_{A'} - p_{A''} = -k(\pi - 2\theta_*) + k(\theta - \theta_*) \operatorname{ctg} \theta_*. \quad (3.14)$$

III. Область  $AA'B'$  (см. рис. 40). Выше отмечалось, что область  $AA'B'$  является областью равномерного напряженного состояния и вдоль линий скольжения  $\varphi = \text{const}$ , следовательно, при интегрировании (3.9) вдоль линий скольжения переменной интегрирования будет величина текущей координаты  $\rho$ . Первое уравнение системы (3.9) тогда можно будет записать в следующем виде:

$$p_{B'} - p_{A'} = -k \int_{r_{A'}}^{r_{B'}} 2d\varphi + (\sin \varphi + \cos \varphi) \frac{ds_\alpha}{r}.$$

Пределы интегрирования  $r_{A'}$  и  $r_{B'}$  из геометрических соображений:

$$r_{A'} = \sin \theta_* + \rho/\sqrt{2}, \quad r_{B'} = \sin \theta_* + \sqrt{2} \rho.$$

После подстановки выражения  $ds_\alpha$  в зависимости от  $r$  и интегрирования, получим

$$p_{B'} - p_{A'} = \frac{k}{\sin \theta_*} (\theta - \theta_*). \quad (3.15)$$

Складывая почленно уравнения (3.13), (3.14) и (3.15) и учитывая, что  $p_{B'} = k$  (см. рис. 40), выразим напряжение  $p$  в произвольной точке  $A$  в зависимости от величины  $\theta$  следующим образом:

$$-p_M = -k(\pi + 1 - 2\theta_*) + (3 + \operatorname{cosec} \theta_* + \operatorname{ctg} \theta_*) (\theta - \theta_*) k. \quad (3.16)$$

Для вычисления точности приближенной формулы (3.16) было произведено сравнение ее с результатами, полученными А. Ю. Ипшинским [77] для  $\theta_* = 0,386$ . Оказалось, что указанная формула дает погрешность не более 6%, что является вполне удовлетворительным.

Принимая во внимание формулу (3.8), можно выразить  $\sigma_n$  в точке  $M$ :

$$\begin{aligned} \sigma_n = -p - k = & -k(\pi + 2 - 2\theta_*) + \\ & + k(\theta - \theta_*) (3 + \operatorname{cosec} \theta_* + \operatorname{ctg} \theta_*) \end{aligned}$$

или в относительных величинах

$$\sigma_n/k = -\pi - 2 + 2\theta_* + (\theta - \theta_*) (3 + \operatorname{cosec} \theta_* + \operatorname{ctg} \theta_*). \quad (3.17)$$

**§ 3. Силы, действующие на индентор  
при отсутствии тангенциальных напряжений  
на границе раздела  
индентор—деформируемый материал**

Для определения усилий, действующих на единичную неровность при  $\tau_n = 0$ , моделированную в виде шара радиуса  $R$ , рассмотрим силы, необходимые для того, чтобы удержать шар в равновесии при движении полупространства, когда шар пропахивает дорожку (рис. 41).

Для этого в точке  $M$ , расположенной в произвольно выбранном диаметральном сечении, составляющем угол  $\psi$  с плоскостью  $yOz$ , перпендикулярной направлению движения, рассмотрим силы, действующие на элементарную площадь  $ds$ . Ввиду малости  $ds$  изменением  $\sigma_n$  в пределах этой площади пренебрегаем.

Для определения усилий спроектируем  $\sigma_n$  на координатные оси  $Ox$  и  $Oz$ :

$$\sigma_x = \sigma_n \sin \theta \sin \psi, \quad \sigma_z = \sigma_n \cos \theta,$$

откуда

$$dT_{\text{д}} = \sigma_n \sin \theta \sin \psi ds, \quad dN_{\text{д}} = \sigma_n \cos \theta ds,$$

где  $T_{\text{д}}$  — деформационная составляющая силы трения;  $N_{\text{д}}$  — деформационная составляющая нормальной нагрузки, вызывающая образование дорожки глубиной  $h_{\text{к}}$ . Учитывая, что  $ds = R^2 \sin \theta d\theta d\psi$ , получим

$$dT_{\text{д}}/R^2 = \sigma_n \sin^2 \theta \sin \psi d\theta d\psi, \quad dN_{\text{д}}/R^2 = \sigma_n \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi. \quad (3.18)$$

Величины горизонтального и вертикального усилий определяются интегрированием (3.18) по поверхности сферы, т. е.

$$T_{\text{д}}/kR^2 = \iint_{A_1} dT_{\text{д}}, \quad N_{\text{д}}/kR^2 = \iint_{A_1} dN_{\text{д}},$$

где  $A_1$  — площадь полусферы;  $k$  — пластическая постоянная. Вводя обозначения  $\xi = \theta/\theta_*$ ,  $d\theta = \theta_* d\xi$ ,  $a = 2\theta_* - \pi - 2$ ,  $b = (3 + \operatorname{cosec} \theta_* + \operatorname{ctg} \theta_*) \theta_*$  и интегрируя, получим

$$\frac{T_{\text{д}}}{kR^2} = a \left( \theta_* - \frac{\sin 2\theta_*}{2} \right) - b \left( \frac{\theta_*}{2} - \frac{\sin^2 \theta_*}{2\theta_*} \right), \quad (3.19)$$

$$\frac{N_{\text{д}}}{kR^2} = \frac{\pi}{2} \left[ a \sin^2 \theta_* - b \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin 2\theta_*}{4\theta_*} \right) \right]. \quad (3.20)$$

Следует отметить, что горизонтальная сила, определенная по уравнению (3.20), является чисто деформационной составляющей силы трения. Изменение деформационной составляющей силы трения в зависимости от глубины относительного внедрения приведено на рис. 42. Из графика видно, что относительная величина силы



возрастает с увеличением относительного внедрения в степени больше единицы. Аналогичная зависимость для силы трения при отсутствии адгезии получена в работах [76, 254, 340 и др.].

Изменение нормальной силы  $N_{\Sigma}/kR^2$  в зависимости от величины  $h_K/R$  приведено на рис. 43. С увеличением относительного внедрения вертикальная сила возрастает почти линейно от нуля до  $h_K/R = 0,15$ , в дальнейшем она увеличивается пропорционально величине внедрения в степени меньше единицы.

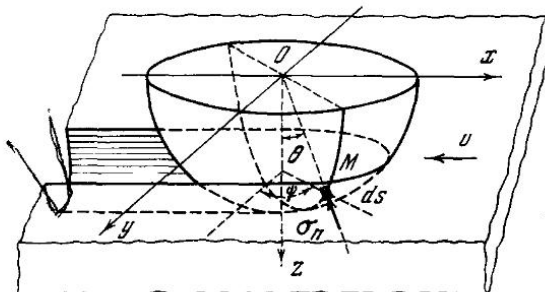


Рис. 41

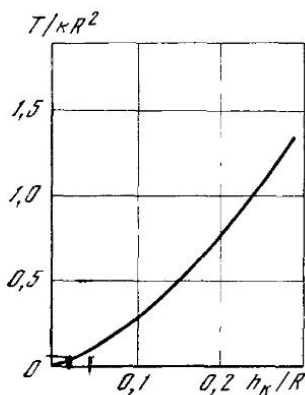


Рис. 42

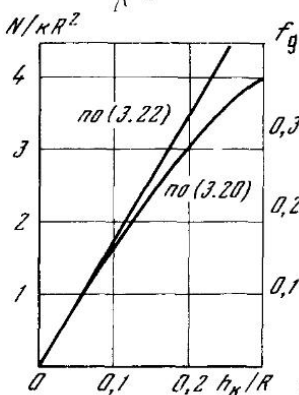


Рис. 43

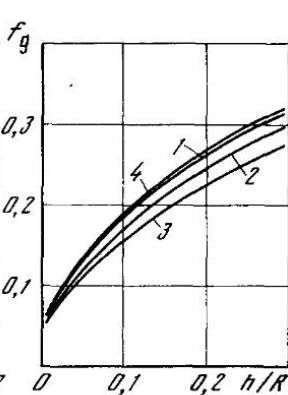


Рис. 44

Рис. 44. Изменение деформационной составляющей коэффициента трения в зависимости от  $h/R$

По данным: 1 — Н. М. Михина; 2 — Р. Т. Спурра; 3 — И. В. Крагельского; 4 — Ф. П. Боудена

Коэффициент трения будет равен отношению (3.19) к (3.20). График изменения этого отношения от величины относительного внедрения приведен на рис. 44 (кривая 1).

Ниже будет показано, что на зависимость величины внедрения от нагрузки тангенциальные напряжения на границе раздела внедренная неровность — поверхность деформируемого полупростран-

ства практически не влияют. С известной степенью точности отношение деформационной составляющей силы трения к величине нормальной нагрузки будет совпадать с деформационной составляющей коэффициента трения. Поэтому в дальнейшем это отношение будем называть деформационной составляющей коэффициента трения.

Для того чтобы получить аналитическое выражение для деформационной составляющей коэффициента трения, упростим формулы (3.19) и (3.20). Разлагая тригонометрические функции, входящие в (3.19) и (3.20), в ряд и делая несложные преобразования, получим

$$\frac{T_{\text{д}}}{kR^2} = -\frac{2\theta_*}{3} \left( \frac{b}{3} - a \right), \quad \frac{N_{\text{д}}}{kR^2} = -\frac{\pi\theta_*^2}{2} \left( \frac{b}{3} - a \right)$$

или, учитывая, что  $\theta_* \approx \sqrt{2h_{\text{к}}/R}$  и  $k = \sigma_s/2$ ,  $(b/9) - a \approx 5,2$ ,  $(b/3) - a \approx 2,8$ , перепишем полученные равенства в следующем виде:

$$T_{\text{д}} = 4,9R^{1/2} h_{\text{к}}^{1/2} \sigma_s, \quad (3.21)$$

$$N_{\text{д}} = 2,8\pi R h_{\text{к}} \sigma_s, \quad (3.22)$$

где  $h_{\text{к}}$  — величина внедрения при движении.

Сопоставление формул (3.21) и (3.22) с (3.19) и (3.20) показало, что максимальная погрешность формулы (3.21) по сравнению с (3.19) составляет 10%, а формулы (3.22) с (3.20) — 5%.

Деформационная составляющая коэффициента трения в этом случае

$$f_{\text{д}} = 0,55 \sqrt{h_{\text{к}}/R}. \quad (3.23)$$

Аналогичная зависимость для деформационной составляющей коэффициента трения получена рядом исследователей: И. В. Крагельским [106], Боуденом и Тейбором [254], Спурром [340], Шутером и Тейбором [337]. Например, согласно И. В. Крагельскому [106], при отсутствии межмолекулярного взаимодействия  $f_{\text{д}} = 0,5k\sqrt{h_{\text{к}}/R}$ , причем  $k > 1$ , так как реально деформированный объем больше, чем объем пластического деформирования.

По Боудену и Тейбору [254], деформационная составляющая силы трения

$$T_{\text{д}} = \frac{1}{12} \frac{d_{\text{к}}^3}{R} p_x.$$

Учитывая, что  $d_{\text{к}} = 2\sqrt{2Rh_{\text{к}}}$ , а вертикальная нагрузка  $N_{\text{д}} = \pi R h_{\text{к}} \sigma_s$ , и полагая, что  $p_x = \sigma_s$ , получим следующее выражение для коэффициента трения  $f_{\text{д}} = 0,6\sqrt{h_{\text{к}}/R}$ .

По Спурру [340],  $f_{\text{д}} = 0,545\sqrt{h_{\text{к}}/R}$ .

На рис. 44 приведено сравнение данных, определенных по формулам Боудена и Тейбора, Спурра, Крагельского, с полученной нами формулой. Как видно из рисунка, получено хорошее соответствие деформационной составляющей коэффициента трения, вычисленной по формуле (3.23), с данными других исследователей, что служит косвенным подтверждением предположения, согласно которому на соотношение между величиной внедрения и нагрузкой межмолекулярные взаимодействия в зоне контакта не влияют.

Наблюдаемые отклонения объясняются приближенным характером полученных другими исследователями формул, обусловленных условиями эксперимента или исходными предположениями.

#### § 4. Силы, действующие на индентор при наличии межмолекулярных взаимодействий в зоне контакта

При соприкосновении двух поверхностей в точках реального контакта возникают в результате межмолекулярных взаимодействий связи, которые разрушаются в процессе относительного движения полупространства и сферы. Возникновение и разрушение связей приводит к появлению на поверхности сферы касательных напряжений. Если сферическая неровность скользит по чистому металлу, то касательные напряжения обуславливаются межмолекулярным взаимодействием между материалом шара и пластически деформируемым материалом. Если же поверхности контактирующих тел покрыты пленками, то касательные напряжения обуславливаются межмолекулярными взаимодействиями между этими пленками. В обычных условиях все тела покрыты адсорбционными или окисными пленками [6, 107], которые быстро возникают на чистых поверхностях [8, 35, 38, 328], поэтому после разрушения происходит их быстрое восстановление (см., например, [320]).

В этом случае усилия, действующие на единичную неровность, будут складываться из усилий, совершающих деформирование тонкого поверхностного слоя, и усилий, необходимых для преодоления горизонтальных составляющих сил межмолекулярного взаимодействия между пленками. Кроме того, в результате действия касательных напряжений возникает опрокидывающий момент.

Молекулярные взаимодействия приводят к появлению касательных напряжений, которые согласно [108] зависят от нормальных напряжений,

$$\tau_n = \tau_0 + \beta |\sigma_n|, \quad \tau_0, \beta = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ и } 0,717 \quad (3.24)$$

где  $\beta$  — коэффициент, характеризующий увеличение  $\tau_n$  от нор-

мального давления. Величины  $\tau_0$  и  $\beta$  для ряда металлов приведены ниже.

Металл	Pb	Ag	Cu	Ni	Ta	Mo	Ti	In
$\tau_0$ кгс/мм <sup>2</sup>	0,35	1,2	1,5	2,5	1,8	2,98	2,9	0,15
$\beta$	0,057	0,077	0,080	0,089	0,084	0,078	0,073	0,066

Следует отметить (см. стр. 87), что

$$\sigma_n/k = -a - b (\xi - 1).$$

По условию идеальной пластичности  $\tau_n \leq k$ , следовательно, формула (3.24) верна только для  $\tau_0 + \beta |\sigma_n| \leq k$ , причем тангенциальные напряжения зависят как от глубины внедрения  $\beta |\sigma_n|$ , так и от прочности пленки на срез  $\tau$  и при определенных соотношениях величин  $\tau_0$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_n$  будут достигать своего максимального значения  $\tau_n = k$ .

Поэтому при определении усилий, действующих на неровность при движении, необходимо рассмотреть три случая:

1) по всей поверхности сферы  $\tau_n < k$ , т. е. соблюдается формула (3.24);

2) на одной части поверхности сферы  $\tau_n < k$ , а на другой  $\tau_n = k$ ;

3) на всей поверхности сферы  $\tau_n = k$ .

1-й случай. На всей поверхности сферы  $\tau_n < \sigma_s/2$ :

$$\tau_n = \tau_0 + \beta [-a - b (\xi - 1)] < \sigma_s/2.$$

Это равенство справедливо при  $\xi < \xi_0$ , где

$$\xi_0 = \left[ \beta (b - a) + \frac{\tau_0}{k} - 1 \right] / \beta b.$$

Следует учесть, что  $\xi_0$  может изменяться в пределах  $1 \geq \xi \geq 0$ . Причем при  $\xi = 1$   $\tau_n = \sigma_s/2$ , при  $\xi = 0$   $\tau_n < \sigma_s/2$ . Это условие выполнено при следующих значениях  $\beta$ :

при  $\xi = 1$

$$\beta_* = (1 - \tau_0/k) / -a,$$

при  $\xi = 0$

$$\beta_0 = (1 - \tau_0/k) / (b - a). \quad (3.25a)$$

2-й случай. На одной части поверхности касательные напряжения  $\tau_n < \sigma_s/2$ , а на другой  $\tau_n = \sigma_s/2$ , что будет наблюдаться при  $\beta_0 < \beta < \beta_*$ .

3-й случай. На всей поверхности  $\tau_n = \sigma_s/2$ , что справедливо при  $\beta > \beta_*$ .

Направление касательных напряжений, действующих на индентор, совпадает с направлением скорости частиц, прилегающих к индентору.

Принимаем, что направление скорости частиц полупространства, прилегающих к индентору, совпадает с направлением тангенциальной составляющей скорости частиц полупространства в не-

деформированной зоне. Это допущение приводит к двум важным следствиям: 1) на плоскости симметрии  $\psi = \pi/2$  проекция скорости на ось  $\psi$  равна нулю; 2) на плоскости  $x = 0$  ( $\psi = 0$ ) скорость будет равна скорости жесткой зоны.

Принятое допущение вносит незначительную ошибку, если направление скорости частиц, прилегающих к индентору, близко к направлению тангенциальной составляющей скорости частиц полупространства в недеформированной части. По-видимому, это условие выполняется, что частично подтверждается приведенными выше соображениями.

Скорость частиц полупространства в невозмущенной зоне составляет с осями сферической системы координат углы, косинусы которых определяются формулами

$$\begin{aligned}\cos(\hat{\mathbf{v}}\hat{\rho}) &= -\sin\psi \sin\theta, & \cos(\hat{\mathbf{v}}\hat{\theta}) &= -\sin\psi \cos\theta, \\ \cos(\hat{\mathbf{v}}\hat{\psi}) &= -\cos\psi.\end{aligned}$$

Проекция касательных напряжений  $\tau_n$  на ось  $x$  (см. рис. 41) дает составляющую силы трения, обусловленной межмолекулярными взаимодействиями на контакте

$$\tau_{nx} = \tau_\psi \cos(\hat{\psi}_0 \hat{\mathbf{i}}) + \tau_\theta \cos(\hat{\theta}_0 \hat{\mathbf{i}}), \quad (3.25)$$

где  $\hat{\mathbf{i}}$  — единичный вектор по оси  $x$ ;  $\psi_0$  и  $\theta_0$  — единичные векторы по осям  $\psi$  и  $\theta$ ;  $\tau_\psi$  и  $\tau_\theta$  — проекции напряжений соответственно на оси  $\psi$  и  $\theta$ , причем  $\tau_\theta = \tau_n \cos(\hat{\mathbf{u}}\hat{\theta})$ ,  $\tau_\psi = \tau_n \cos(\hat{\mathbf{u}}\hat{\psi})$ , где  $\mathbf{u}$  — скорость частиц, прилегающих к поверхности шарового индентора.

Согласно принятому допущению скорость частиц полупространства, прилегающих к поверхности шарового индентора, составляет с осями  $\theta$  и  $\psi$  те же углы, что и тангенциальная составляющая скорости в недеформируемой зоне, поэтому

$$\begin{aligned}\cos(\hat{\mathbf{u}}\hat{\theta}) &= u_\theta/u = -\cos\theta \sin\psi / \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\psi}, \\ \cos(\hat{\mathbf{u}}\hat{\psi}) &= u_\psi/u = -\cos\psi / \sqrt{1 - \sin^2\psi \sin^2\theta},\end{aligned}$$

где  $u_\theta$  и  $u_\psi$  — проекции скорости  $u$  на оси  $\theta$  и  $\psi$ .

Скорость частиц, прилегающих к поверхности шарового индентора, выражается через  $u_\theta$  и  $u_\psi$  следующим образом:

$$u = \sqrt{u_\psi^2 + u_\theta^2} = v \sqrt{\cos^2\psi + \sin^2\psi \cos^2\theta}.$$

Для определения  $\cos(\hat{\psi}_0 \hat{\mathbf{i}})$  и  $\cos(\hat{\theta}_0 \hat{\mathbf{i}})$  найдем угол между осями  $\theta$  и  $x$ . Из рис. 41 следует, что  $\cos(\hat{\psi}_0 \hat{\mathbf{i}}) = \cos\psi$ ,  $\cos(\hat{\theta}_0 \hat{\mathbf{i}}) = \cos\theta \sin\psi$ .

Подставляя полученные выражения для  $\tau_\psi$ ,  $\tau_\theta$ ,  $\cos(\hat{\psi}_0 \hat{\mathbf{i}})$ ,  $\cos(\hat{\theta}_0 \hat{\mathbf{i}})$  в (3.25) и учитывая (3.24), получаем

$$\tau_{nx} = (\tau_0 + \beta |\sigma_n|) (\cos^2\psi + \sin^2\psi \cos^2\theta)^{1/2}.$$

Проекция касательных напряжений на ось  $Oz$  определяется аналогичным способом, причем  $\cos(\psi_0 \hat{k}_0) = 0$ ,  $\cos(\theta_0 \hat{k}_0) = -\sin \theta$ , где  $\hat{k}_0$  — единичный вектор вдоль оси  $Oz$ , тогда

$$\tau_{nz} = (\tau_0 + \beta | \sigma_n |) \sin \theta \cos \theta \sin \psi / \sqrt{\cos^2 \psi + \sin^2 \psi \cos^2 \theta}.$$

Так как при интегрировании по поверхности сферы усилия от напряжений  $\tau_{ny}$  пропадают, то в дальнейшем рассматривать их не будем.

Усилия, действующие на единичную неровность, определяются так же, как и в § 3, т. е.

$$\frac{T_M}{kR^2} = \iint_{A_i} \tau_{nx} ds, \quad \frac{N_M}{kR^2} = \iint_{A_i} \tau_{nz} ds. \quad (3.26)$$

Применяя в (3.26) следующие приближенные равенства:

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta_* \xi \sin^2 \psi} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_* \xi \sin^2 \psi,$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_* \xi \sin^2 \psi}} = 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_* \xi \sin^2 \psi$$

и интегрируя, получим следующее выражение для определения тангенциальной силы, обусловленной только межмолекулярными взаимодействиями на поверхности раздела:

$$\begin{aligned} \frac{T_M}{kR^2} = & \frac{\pi \tau_0}{4k} \left[ 3(\cos \theta_* \xi_0 - \cos \theta_*) + \frac{1}{3}(\cos^3 \theta_* \xi_0 - \cos^3 \theta_*) \right] + \\ & + \frac{\pi \beta}{16} \left\{ -a \left[ 13(\cos \theta_* - \cos \theta_* \xi_0) + \frac{\cos 3\theta_* - \cos 3\theta_* \xi_0}{3} \right] - \right. \\ & - b \left[ \left( 13 \cos \theta_* \xi_0 + \frac{\cos 3\theta_* \xi_0}{3} \right) (1 - \xi_0) - \right. \\ & \left. \left. - \frac{13}{\theta_*} (\sin \theta_* - \sin \theta_* \xi_0) - \frac{1}{9\theta_*} (\sin 3\theta_* - \sin 3\theta_* \xi_0) \right] \right\} - \\ & - \frac{\pi}{16} \left[ 13(1 - \cos \theta_* \xi_0) + \frac{1}{3}(1 - \cos 3\theta_* \xi_0) \right]. \quad (3.27) \end{aligned}$$

Изменение силы трения в зависимости от величины внедрения и касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями в зоне контакта, приведено на рис. 45. Нижняя кривая соответствует деформационной составляющей силы трения, верхняя — общей силе трения, равной деформационной и молекулярной составляющим. Молекулярная составляющая на рис. 45 рассчитана по формуле (3.27) при условии максимальных касательных напряжений на поверхности шаровой неровности (т. е. когда  $\tau_n = \sigma_s/2$ ). Из сопоставления деформационной и молекулярной составляющих силы трения, приведенных на рис. 45, следует, что соотношение между ними в общей силе трения будет зависеть от величины внедрения и величины касательных напря-

жений на поверхности раздела. Например, в случае максимальных касательных напряжений в зоне касания и небольших внедрений  $h/R < 0,05$  деформационная составляющая меньше молекулярной составляющей. Если учесть, что при внешнем трении величина касательных напряжений на поверхностях неровностей обычно, как правило, меньше  $\sigma_s/2$ , то ясно, что деформационной составляющей при внешнем трении в случае пластического контакта пренебрегать нельзя.

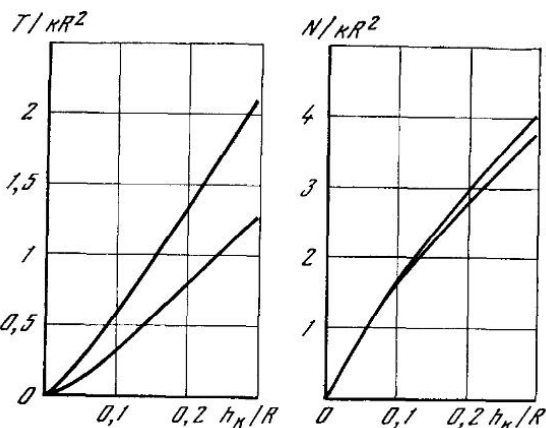


Рис. 45

Рис. 46

Нормальная сила, обусловленная межмолекулярными взаимодействиями на поверхности раздела, будет равна

$$\begin{aligned} \frac{N_M}{kR^2} = & \frac{\tau_0}{3k} [(\sin^3 \theta_* - \sin^3 \theta_* \xi_0) - 0,4(\sin^5 \theta_* - \sin^5 \theta_* \xi_0)] - \\ & - \frac{\beta}{2} \left\{ a(\sin \theta_* - \sin \theta_* \xi_0) - \frac{1}{3}(\sin \theta_* - \sin 3\theta_* \xi_0) + \right. \\ & + b \left[ \left( \sin \theta_* \xi_0 - \frac{\sin \theta_* \xi_0}{3} \right) (1 - \xi_0) + \frac{\cos \theta_* - \cos \theta_* \xi_0}{\theta_*} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\cos 3\theta_* - \cos 3\theta_* \xi_0}{9\theta_*} \right] \right\} + \frac{2}{3} (\sin^3 \theta_* \xi_0 + \frac{1}{5} \sin^5 \theta_* \xi_0). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Интересно выявить влияние касательных напряжений в зоне контакта на соотношение между нормальной нагрузкой и величиной внедрения неровности в поверхность деформируемого полупространства. Для сравнения построим график изменения нормальной силы, действующей на неровность и равной сумме двух составляющих, определяемых формулами (3.20) и (3.28). Такой график приведен на рис. 46. Верхняя линия соответствует значениям суммы  $N = N_M + N_d$ , нижняя — нормальной силе, определенной при условии отсутствия касательных напряжений на поверхности шарового индентора. Составляющая нормальной

силы, обусловленная касательными напряжениями в зоне контакта, рассчитана при условии максимальных касательных напряжений  $\tau_n = \sigma_s/2$ . Естественно, что при меньших значениях  $\tau_n$  различие между суммарным значением  $N$  будет еще меньше отличаться от нормальной силы, определенной при условии  $\tau_n = 0$ .

На фиг. 46 видно, что в зоне небольших внедрений  $h/R \leq 0,1$  влияние межмолекулярных взаимодействий на соотношение между нормальной силой и величиной внедрения при скольжении пренебрежимо мало. При увеличении внедрения роль составляющей, обусловленной межмолекулярными взаимодействиями, возрастет, но также весьма слабо. Поэтому при внедрениях, в зоне которых справедливо внешнее трение, влиянием межмолекулярных взаимодействий на зависимость  $N = N(h)$  можно пренебречь. Максимальная погрешность от такого допущения при максимальной величине касательных напряжений  $\tau_n = \sigma_s/2$  и предельной величине внедрения, при которой начинается микрорезание  $h/R = 0,2$ , составляет 7%. Указанный вывод совпадает с результатами, полученными другими исследователями [129, 212, 318].

Таким образом, в общем случае как на соотношение между силой трения и внедрением, так и на соотношение между нормальной силой и внедрением влияют межмолекулярные взаимодействия в зоне контакта. Однако, если сила трения в значительной степени зависит от касательных напряжений в зоне контакта, то на соотношение между нормальной нагрузкой и величиной внедрения они влияют очень слабо и этим влиянием можно пренебречь в зоне внедрений, где соблюдается внешнее трение. В дальнейшем для определения нормальной нагрузки в зависимости от величины внедрения будем пользоваться уравнением (3.22).

Формулой (3.27) при расчетах пользоваться весьма неудобно, так как она громоздка и сложна. Поэтому целесообразно пользоваться приближенной формулой, получающейся преобразованием и разложением в ряд членов, входящих в (3.27). При упрощении формулы необходимо различать три случая, рассмотренные выше.

1. При  $\tau_n < k$ , когда  $\xi_0 = 0$ , тангенциальную силу можно выразить с помощью следующей формулы:

$$\begin{aligned} \frac{T'_m}{kR^2} = & \frac{\beta\pi}{16} \left\{ -a \left[ 13(\cos \theta_* - 1) + \frac{\cos 3\theta_* - 1}{3} \right] - \right. \\ & \left. - b \left( 13,3 - \frac{19 \sin \theta_*}{\theta_*} - \frac{\sin 3\theta_*}{9\theta_*} \right) \right\} + \\ & + \frac{3\pi\tau_0}{4k} \left[ (1 - \cos \theta_*) + \frac{1}{3}(1 - \cos^3 \theta_*) \right], \end{aligned}$$

которая с точностью до 7% может быть заменена выражением

$$T'_m = \pi R h_k (\sigma_s/2) (-a\beta + 2\tau_0/\sigma_s). \quad (3.28a)$$

2. При  $\tau_n = k$ , когда  $\xi_0 = 1$ , тангенциальную силу, определяемую выражением

$$T'' / kR^2 = (\pi/16) [13(1 - \cos \theta_*) + 1/3(1 - \cos 3\theta_*)],$$



которое с точностью до 8% можно заменить более простой формулой

$$T_m'' = \pi R h_k \sigma_s / 2.$$

3. При  $\beta_0 < \beta < \beta_*$  вместо формулы (3.27) можно использовать следующую формулу:

$$T = T_m' + \frac{\beta' - \beta_0}{\beta_* - \beta_0} (T_m'' - T_m'),$$

где  $\beta'$  — текущее значение коэффициента  $\beta$ .

### § 5. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя для единичной неровности от величины внедрения

Очень распространенным методом экспериментального исследования трения в лабораторных условиях является оценка силы трения, возникающей при скольжении шарового индентора по поверхности образца исследуемого материала [22, 91, 117, 254, 271, 280, 340]. Распространенность этого метода заключается в простоте исследования зависимостей силы и коэффициента трения от различных факторов, определяющих процесс внешнего трения. Кроме того, основные закономерности с небольшим изменением (в некоторых случаях без изменения) применимы и для трения твердых тел (см., например, [148, 254]).

В связи с изложенным представляет интерес получить теоретические зависимости коэффициента трения от физико-механических характеристик деформируемого материала, нагрузки и величины касательных напряжений в зоне контакта для единичного шарового индентора.

В общем случае усилия, действующие на единичную неровность, складываются из усилий, необходимых для деформирования тонкого поверхностного слоя, и усилий, необходимых для преодоления межмолекулярных взаимодействий на поверхности раздела, т. е.

$$T = T_d + T_m, \quad (3.29)$$

$$N = N_d + N_m, \quad (3.30)$$

где  $T_m$  и  $N_m$  определяются соответственно по формулам (3.27) и (3.28);  $T_d$  и  $N_d$  — по формулам (3.21) и (3.22).<sup>4</sup>

Коэффициент трения, равный отношению  $T/N$ , т. е.

$$f = T_d/N + T_m/N, \quad (3.31)$$

в зависимости от  $h_k/R$  в общем случае удобней выразить графически.

На рис. 47 приведен график изменения коэффициента трения в зависимости от величины внедрения. Нижняя кривая соответствует деформационной составляющей коэффициента трения, оп-

ределяемой  $f_d = T_d/N$ . Верхняя кривая соответствует общему коэффициенту трения в случае, когда касательные напряжения на поверхности индентора максимальны.

Из рис. 47 следует, что деформационная составляющая и общий коэффициент трения в зависимости от величины внедрения представляют собой почти эквидистантные кривые. Отсюда следует, что молекулярная составляющая коэффициента трения практически не зависит от величины внедрения, а общий коэффициент

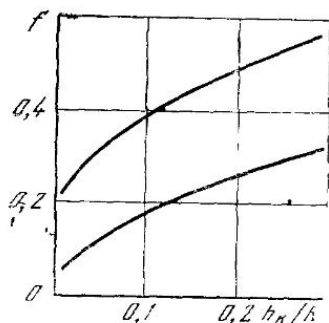


Рис. 47

трения при увеличении глубины внедрения возрастает вследствие увеличения деформационной составляющей коэффициента трения. Сама деформационная составляющая при увеличении величины внедрения возрастает пропорционально  $(h/R)^m$ , где  $m$  — некоторый коэффициент, меньший единицы. Если пренебречь влиянием касательных напряжений на соотношение между величиной внедрения и нормальной нагрузкой, то, как следует из (3.23), в этом случае  $m = 0,5$ . При расчетах пользоваться уравнением (3.31) весьма затруднительно, так как полученное выражение громоздко и сложно. Поэтому целесообразно пользоваться приближенными формулами, получающимися преобразованием и упрощением членов, входящих в (3.31).

Величина  $T_d$  с достаточным приближением может определяться по формуле (3.21). Вертикальное усилие  $N$ , равное сумме молекулярной и деформационной составляющих, с достаточной точностью до  $h/R \leq 0,2$  может определяться формулой (3.22).

Следовательно, коэффициент трения можно представить в виде суммы двух составляющих: деформационной  $f_d = T_d/N_d$  и молекулярной  $f_m = T_m/N_d$ . Деформационная составляющая коэффициента трения определяется уравнением (3.23) и зависит от величины внедрения. Молекулярная составляющая коэффициента трения в первом приближении не зависит от глубины внедрения и будет равна

$$f_m = \tau_n/p_r, \quad (3.32)$$

где  $p_r$  — среднее нормальное напряжение на контакте.

Из физических соображений при определении молекулярной составляющей коэффициента трения следует рассматривать три случая:

1)  $\tau_n < \sigma_s/2$  на всей поверхности касания индентора с полупространством,

$$f = \frac{\tau_0}{p_r} + \beta + 0,55 \sqrt{\frac{h_K}{R}};$$

2)  $\tau_n = \sigma_s/2$  на всей поверхности,

$$f = f_{\text{м max}} + 0,55 \sqrt{h_K/R};$$

3) на одной части сферы  $\tau_n < \sigma_s/2$ , на другой  $\tau_n = \sigma_s/2$ ,

$$f = \frac{\tau_0}{p_r} + \beta + \frac{\beta - \beta_0}{\beta_* - \beta_0} \left( f_{\text{м max}} + \frac{\tau_0}{p_r} - \beta \right) + 0,55 \sqrt{\frac{h_K}{R}}.$$

Расчет показывает, что  $f_{\text{м max}}$  изменяется при изменении  $h_K/R$  незначительно. В условиях внешнего трения  $h_K/R \leq 0,2$  максимальное значение молекулярной составляющей коэффициента трения  $0,178 \leq f_{\text{м max}} \leq 0,220$ . Поэтому при расчетах будем полагать  $f_{\text{м max}} = 0,2$ . Максимальная погрешность от такого допущения составляет 12%. Учитывая, что коэффициент трения равен сумме двух составляющих, получим еще меньшую ошибку от такого допущения.

Эксперименты показывают [22, 76, 91, 96, 165, 188, 254], что молекулярная составляющая коэффициента трения во всем диапазоне значений  $\tau_n$  на поверхности инденторов не зависит от величины внедрения и диаметра индентора. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что

$$f = f_{\text{м}} + 0,55 \sqrt{h_K/R}. \quad (3.33)$$

При  $\tau_n = \sigma_s/2$   $f_{\text{м}} = 0,2$ . При  $\tau_n < \sigma_s/2$  будем считать  $f_{\text{м}} = \tau_0/p_r + \beta = \text{const}$ , причем молекулярная составляющая коэффициента трения в этом случае  $f_{\text{м}} < 0,2$ .

Таким образом, коэффициент трения в зависимости от глубины внедрения можно представить в виде двучленного уравнения, одним из членов которого является деформационная составляющая, другим — молекулярная. В зависимости от величины относительного внедрения и интенсивности межмолекулярного взаимодействия в зоне контакта в общем коэффициенте будут преобладать деформационная или молекулярная составляющие коэффициента трения. При большой величине касательных напряжений  $\tau_n \rightarrow \sigma_s/2$  (небольших нагрузках) будет преобладать молекулярная составляющая, с увеличением нагрузки деформационная составляющая возрастает, и при определенном значении нагрузки она может превысить молекулярную составляющую.

Полученные значения по приближенной расчетной формуле для коэффициента трения сравнивались с точными значениями коэффициента трения, вычисленными по формуле (3.31). Резуль-

таты сравнения приведены на рис. 48. Коэффициент трения вычислялся по формуле (3.31) при  $\tau_n = \sigma_s/2$ . Сравнение показало, что приближенное значение коэффициента трения незначительно (на 5%) отличается от точного значения. На рис. 48 также приведены значения молекулярной и деформационной составляющих коэффициента трения. Видно, что в зоне небольших гндрсний в этом случае преобладает молекулярная составляющая, не зависящая

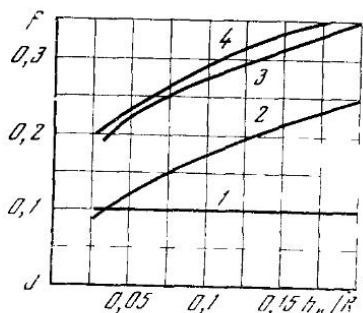


Рис. 48. Зависимость коэффициента внешнего трения и его составляющих от величины внедрения  
1 — молекулярная составляющая;  
2 — деформационная составляющая;  
3, 4 — общие коэффициенты трения, рассчитанные по формулам (3.31) и (3.33)

от величины внедрения. При внешнем трении обычно молекулярная составляющая коэффициента трения бывает меньше своего максимального значения, поэтому величины внедрения, при которых она является преобладающей, меньше, чем в случае, показанном на рис. 48.

Приравнивая молекулярную и деформационную составляющие коэффициента трения, можно получить соотношение между величиной внедрения и молекулярной составляющей коэффициента трения, при котором последняя будет равна деформационной составляющей

$$h/R = 3,33 f_M^2. \quad (3.34)$$

Из формулы (3.34) следует, что при небольших величинах молекулярной составляющей  $f_M = 0,1$  деформационная составляющая будет значительно влиять на коэффициент внешнего трения и при небольших внедрениях.

Учитывая (3.22), получим нормальную нагрузку, при которой равны молекулярная и деформационная составляющие,

$$N = 10R^2 \tau_n^2 / HB.$$

## § 6. Влияние нормальной нагрузки на коэффициент внешнего трения покоя единичной неровности

В экспериментальных исследованиях зависимости коэффициента трения от нагрузки на примере единичного индентора отмечается, что в одних случаях коэффициент трения при увеличении нагрузки падает [63, 107], в других возрастает [172, 340] или ос-

тается постоянным [157, 219, 254]. Для того чтобы объяснить наблюдаемые зависимости коэффициента трения от нагрузки, рассмотрим этот вопрос подробно.

При анализе зависимости коэффициента внешнего трения покоя от нормальной нагрузки необходимо знать вид деформации (пластические, упругие и упругопластические) в зоне контакта. Так как коэффициент трения равен сумме двух составляющих, то для оценки зависимости общего коэффициента трения от нагрузки на индентор рассмотрим, как будут изменяться молекулярная и деформационная составляющие коэффициенты трения при изменении нагрузки. Для этого разберем последовательно случаи: 1) в зоне касания шар — деформируемое полупространство имеет место упругий контакт; 2) упругопластический контакт; 3) пластический контакт.

Определим зоны, в которых будут наблюдаться отмеченные выше деформации. Для этого рассмотрим внедрение шарового индентора в полупространство. При небольших нагрузках в зоне контакта будут наблюдаться только упругие деформации.

Анализ решения задачи Герца для случая внедрения жесткого шарового индентора в полупространство показывает, что упругие деформации в зоне контакта наблюдаются, когда максимальные напряжения на контакте  $\sigma_n$  меньше  $\sigma_s$  напряжений (для этого случая контактирования), имеющих место при пластических деформациях в зоне касания.

А. Ю. Ишлинский показал, что при внедрении шарового индентора в полупространство при условии идеальной пластичности средние напряжения на контакте  $p_r \approx HB$ . Следовательно, упругие деформации в зоне контакта будут наблюдаться, если  $\sigma_{n \max} < HB$ . Это условие выполняется [132], если величина внедрения

$$h \leq 2,4 R (1 - \mu^2)^2 HB^2/E^2, \quad (3.35)$$

где  $E$  — модуль упругости материала.

При  $\sigma_{n \max} = HB$  в зоне контакта зарождаются пластические деформации. Увеличение нагрузки на шаровой индентор приводит к увеличению величины внедрения и площади отпечатка. При этом в одной части контактной зоны будут наблюдаться пластические деформации, в другой — упругие. Предположим, что во всех зонах контакта, в которых выполняется условие  $\sigma_n = HB$ , будут появляться пластические деформации. По мере увеличения нагрузки зона пластических деформаций будет увеличиваться, а упругих — уменьшаться. Наконец, при равенстве средних нормальных напряжений на контакте твердости материала по Бринелю в зоне контакта будут иметь место пластические деформации. При этом внедрение индентора

$$h = 5,4 R (1 - \mu^2)^2 HB^2/E^2. \quad (3.36)$$

Таким образом, при внедрениях  $h/R \leq 2,4 (1 - \mu^2)^2 HB^2/E^2$ , определяемых формулой (3.35), в зоне контакта наблюдаются упру-

гие деформации, при  $2,4(1-\mu^2)^2 HB^2/E^2 \leq h/R^2 \leq 5,4(1-\mu^2)^2 HB^2/E^2$  — упругопластические и при  $h/R^2 > 5,4(1-\mu^2)^2 HB^2/E^2$  — пластические деформации.

Обычно более удобно определять вид деформаций, используя нормальную нагрузку в зонах касания, поэтому определим нагрузки, соответствующие переходу от упругих деформаций в упругопластические и последних в пластические.

Известно, что величина внедрения при упругих деформациях в зоне касания в зависимости от нагрузки определяется следующим образом:

$$h = 0,83 (1 - \mu^2)^{1/2} N^{2/3} / R^{1/3} E^{1/3}. \quad (3.37)$$

Подставляя значение  $h$  в формулу (3.35), определим нагрузку, соответствующую переходу от упругих деформаций к упругопластическим,

$$N = 5,2 R^2 (1 - \mu^2)^2 HB^3/E^2. \quad (3.38)$$

Аналогично, подставляя из (2.44) значение  $h$  в уравнение (3.36), получим

$$N = 17 R^2 (1 - \mu^2)^2 HB^3/E^2. \quad (3.39)$$

**1. Упругий контакт.** В общем случае коэффициент трения можно выразить в следующем виде:

$$f = \frac{\tau_n}{p_r} + k_1 \alpha_{\text{эф}} \sqrt{\frac{h}{R}}, \quad (3.40)$$

где  $\tau_n = \tau_0 + \beta p_r$  — касательные напряжения на поверхности шара;  $k_1, \alpha_{\text{эф}}$  — коэффициенты, зависящие от вида контакта ( $k_1 = 0,17$ ;  $\alpha_{\text{эф}} = 2,5 \alpha$ ).

При упругом контакте, по Тейбору [288, 294, 346], коэффициент трения также обуславливается двумя причинами: деформационными потерями, возникающими при передеформировании тонкого поверхностного слоя внедрившимися неровностями, и межмолекулярными взаимодействиями на поверхности раздела. Межмолекулярные взаимодействия для пластмасс и резин можно определить по теории Г. М. Бартенева [11, 12]. Для упругого контакта по теории Герца [294] в случае шара  $h$  определяется по формуле (3.37) и

$$p_r = 0,42 \sqrt[3]{NE^2/(1-\mu^2)^2 R^2}.$$

Подставляя значения  $p_r$  и  $h$  в уравнение (3.40), получим в зависимости от величины нагрузки

$$f = \frac{2,4\tau_0 R^{2/3} (1-\mu^2)^{1/3}}{E^{1/3} N^{1/3}} + \beta + 0,47\alpha \frac{N^{1/3} (1-\mu^2)^{1/3}}{R^{1/3} E^{1/3}}. \quad (3.41)$$

Как видно, молекулярная составляющая коэффициента трения с увеличением нагрузки будет уменьшаться, в то время как деформационная составляющая возрастет пропорционально  $N^{1/3}$ .

Из уравнения (3.41) следует, что в общем случае в зависимости от нагрузки коэффициент трения при упругом контакте проходит через минимум, что наблюдается обычно у материалов, не обладающих высоким модулем упругости. Для материалов, обладающих высоким модулем упругости, например металлов, деформационной составляющей при упругом контакте можно пренебречь и коэффициент трения будет равен молекулярной составляющей. Следовательно, для материалов с высоким модулем упругости коэффициент трения при увеличении нагрузки при упругом контакте будет уменьшаться. Как будет показано ниже, при нагрузках, в зоне которых имеет место пластический контакт, коэффициент трения возрастает. Таким образом, и для материалов, обладающих высоким модулем упругости, при большом диапазоне изменения нагрузок коэффициент трения сначала падает с увеличением нагрузки при упругом контакте, проходит через минимум и затем возрастает при пластическом контакте. Нагрузки, при которых наблюдается минимальное значение коэффициента трения, соответствуют упругопластическому контакту.

2. Упругопластический контакт наблюдается в том случае, когда

$$2,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2 \leq h_k/R \leq 5,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2. \quad (3.42)$$

При упругопластических деформациях в зоне касания коэффициент внешнего трения проходит через минимум при возрастании величины внедрения. Это справедливо в случае неизменной величины молекулярного взаимодействия в зонах фактического касания. Следует отметить, что задача при упругопластических деформациях в зоне касания до сих пор не решена и является предметом дальнейшего исследования.

3. Пластический контакт. При пластическом контакте средние нормальные напряжения на контакте  $p_r = HB$ ;  $k_1 = 0,55$  и  $\alpha_{эф} = 1$ . Учитывая (2.41), получим следующую зависимость коэффициента трения от нормальной нагрузки для единичного индентора:

$$f = (\tau_n / HB) + 0,31 R (N/HB)^{1/2}. \quad (3.43)$$

Таким образом, коэффициент трения с увеличением нагрузки будет возрастать. Расчеты и эксперименты [150, 172] показывают, что при изменении  $N$  средние нормальные напряжения на контакте остаются практически неизменными. Величина касательных напряжений на поверхности раздела, как показывают эксперименты [171], не зависит от нормальной нагрузки. Следовательно, при неизменных средних нормальных напряжениях касательные напряжения тоже неизменны и молекулярная составляющая коэффициента трения не зависит от нагрузки [170].

Деформационная составляющая, как это следует из формулы (3.43), увеличивается при увеличении нормальной нагрузки пропорционально  $N^{1/2}$ . Следовательно, общий коэффициент трения при увеличении нагрузки в случае пластического контакта возрастает.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ ПОКОЯ ЕДИНИЧНОГО ИНДЕНТОРА

### § 1. Методы определения молекулярной составляющей коэффициента трения

Исходя из двойственной молекулярно-механической природы внешнего трения коэффициент трения в общем виде можно выразить следующим образом:

$$f = \frac{\tau_n}{HB} + k_1 \alpha \sqrt{\frac{h}{R}},$$

где  $k_1$  — коэффициент, зависящий от вида деформации в зоне касания;  $\alpha$  — коэффициент гистерезисных потерь.

При пластической деформации в зоне касания  $\alpha = 1$ . В этом случае для единичного индентора  $k_1 = 0,55$ . Для упругого контакта  $\alpha$  зависит от материала трущихся тел.

Величину средних касательных напряжений, возникающих на поверхности раздела в результате межмолекулярных взаимодействий между поверхностями, из-за сложности процессов на границе раздела в настоящее время теоретически подсчитать не удается, поэтому обычно их определяют экспериментально. Согласно И. В. Крагельскому [108], если величина касательных напряжений зависит от величины нормальных напряжений, то при их определении необходимо, чтобы напряженное состояние, создаваемое в лабораторных условиях в зоне контакта, было идентичным с напряженным состоянием, имеющим место при внешнем трении в зонах фактического касания. Следует отметить, что при определении величины касательных напряжений в некоторых случаях (например, при пластическом контактировании) нет необходимости определять по отдельности величины  $\tau_0$  и  $\beta$ , а можно использовать непосредственно величину  $\tau_n$ . Это допустимо потому, что при пластическом контакте средние напряжения в зоне касания, как следует из теоретических [172] и экспериментальных исследований [170], постоянны.

Для данной трущейся пары иногда более целесообразно знать молекулярную составляющую коэффициента трения. Определение молекулярной составляющей коэффициента трения в лаборатории с целью использования ее при дальнейших расчетах необходимо производить в условиях, максимально приближающихся к условиям, в которых работает реальная трущаяся пара.



Разберем наиболее распространенные методы определения касательных напряжений и молекулярной составляющей коэффициента трения.

Широкое распространение при подборе материалов для пар трения получили методы, в которых определяется нормальная адгезия. В экспериментальных установках по определению нормальной адгезии используются различные схемы испытаний. Часто [22, 280, 319, 344] при ее определении используется схема испытаний, в которой шаровой индентор контактирует с плоской пластинкой, изготовленной из материала, твердость которого больше или меньше твердости материала индентора. После приложения нормальной нагрузки, сжимающей контактирующие тела, и выдержки под нагрузкой в течение определенного промежутка времени, прикладывается сила, растягивающая образцы. Зная силу, необходимую для разъединения образцов, и площадь соединения, определяют напряжения, необходимые для разрушения адгезионного соединения. Преимущество этого метода заключается в том, что в данном случае средние нормальные напряжения на контакте при образовании адгезионной связи приблизительно равны напряжениям в зоне касания при трении твердых тел. Недостаток метода, характерный для всех измерений нормальной адгезии, заключается в том, что, во-первых, данным способом определяется прочность соединения на разрыв, в то время как при трении происходит срез соединений, во-вторых, упругое восстановление после снятия нормальной нагрузки приводит к частичному разрушению соединения, что искажает экспериментальные результаты.

Следует заметить, что, применив обычное соотношение между напряжениями на срез и пределом текучести, в случае простого одноосного растяжения, казалось бы, можно установить соотношение между нормальной адгезией и касательными напряжениями или, как иногда называют, прочностью на срез адгезионных соединений. Однако между нормальной адгезией и касательными напряжениями, обусловленными межмолекулярными взаимодействиями, установить соотношение не удается вследствие упругого восстановления в зоне касания после снятия сжимающей нагрузки, а также потому, что касательные напряжения зависят от нормальных напряжений в зоне касания.

Отмеченные выше недостатки характерны и для способа определения нормальной адгезии с помощью двух цилиндрических образцов как для случая, когда образующие цилиндрических образцов параллельны, так и для случая, когда они взаимно перпендикулярны [323].

П. Сикорский предлагает [338] метод определения адгезионного взаимодействия контактирующих тел, в котором определяется нормальная адгезия двух цилиндрических образцов, трущихся торцами. Образцы изготавливаются из одного материала. Один имеет форму сплошного цилиндра, другой — полого цилиндра. После работы в течение определенного промежутка времени при извест-

ной нормальной нагрузке образцы останавливали и к ним прикладывалась нормальная к плоскости разреза сила. Под коэффициентом адгезии понималось отношение силы, необходимой для разъединения образцов, к нормальной нагрузке, сжимающей цилиндры при трении. Данному методу присущи все недостатки, отмеченные при определении нормальной адгезии. Причем на определяемую нормальную адгезию в данном способе значительное влияние оказывает сварка, которая происходит с помощью трения.

Более тонкий и совершенный метод оценки схватывания при трении был предложен Н. Л. Голего [35]. В этом методе в качестве образцов используются трущиеся торцами полые цилиндры и одновременно измеряется сила трения и нормальная нагрузка. В различных вариантах установок, разработанных на базе этого метода, можно проводить исследование влияния на развитие процесса схватывания физических, химических и механических характеристик, используемых для образцов материалов, а также оценивать влияние среды и температуры.

Боуден и Тейбор [22] для оценки тангенциальной прочности адгезионной связи льда с металлом также использовали схему двух цилиндров, контактирующих торцами.

С. С. Воюцкий [28] предложил оценивать адгезию полимеров к металлам по усилию вырывания металлического провода из полимерного образца после гумирования. Зная усилие, необходимое для вырывания провода, и площадь касания, можно рассчитать прочность на срез адгезионной связи. Недостатком данного метода является то, что разрушение связи провод — резина происходит неодновременно, что вносит погрешность в определяемые величины адгезии. Кроме того, данные, полученные на основании метода С. С. Воюцкого, трудно применить к процессу внешнего трения твердых тел из-за того, что напряженное состояние в зоне касания твердых тел значительно отличается от напряженного состояния при контакте провода с материалом.

Основываясь на критерии перехода от внешнего трения к внутреннему, полученному на основании теории пластичности, И. В. Крагельский и Н. М. Шраго [123] предложили определять величину касательных напряжений с помощью трех шаровых инденторов, скользящих в направлении оси конического образца по его поверхности. Измеряя величину внедрения инденторов в момент задира, касательные напряжения можно определить по формуле

$$\tau_n = \left( \frac{\pi}{5,6} - \sqrt{\frac{h}{R}} \right) \frac{p_r}{1,3}.$$

Данный метод можно использовать для определения касательных напряжений на границе раздела при трении твердых тел, но только при пластических деформациях в зоне касания. Следует также отметить трудность фиксации момента нарушения внешнего трения.

Известный метод определения адгезии окисных пленок к поверхности металлов [18], заключающийся в том, что к окисной пленке припаивается торцом цилиндрик и затем нормальной к поверхности металла силой пленка отрывается от металлической основы, невозможно применить к внешнему трению. Действительно, при внешнем трении происходит срезание связей, появляющихся в результате межмолекулярных взаимодействий при наличии сжимающих напряжений, в то время как в данном методе исследуется нормальная адгезия. То же самое относится и к центрифугальному методу определения адгезии [69].

Интересный метод оценки адгезионного взаимодействия предложен А. П. Семеновым [202]. Два образца из исследуемого материала сжимаются между двумя бойками определенной конфигурации. Степень обжатия образцов такова, что пленки, покрывающие поверхности образцов, разрываются и происходит схватывание образцов. После сжатия и определенной выдержки под нагрузкой последняя снимается и образцы подвергаются растяжению в направлении, перпендикулярном поверхности образующегося соединения. По величине усилия, необходимого для разрушения соединения, определяется адгезионное взаимодействие между чистыми поверхностями. Однако метод А. П. Семенова невозможно применить к пластмассам и хрупким материалам. Кроме того, в экспериментах, выполненных по его методике, определяется схватывание между металлами, свободными от пленок, в то время как при внешнем трении пленки остаются не разрушенными, поэтому для внешнего трения определяемые значения применить невозможно.

Б. В. Дерягин, Н. П. Кротова А. Д. Малкина [54] разработали и апробировали метод определения адгезионного взаимодействия между твердыми телами по усилию, необходимому для сдирания пленки с поверхности образца (обычно плоскопараллельной пластины). По этому методу для исследования адгезии двух тел на поверхность образца, изготовленного из некоторого материала, наносится пленка из другого полимерного материала. После этого определяется сила, необходимая для отслаивания пленки с поверхности. Преимуществом данного метода является то, что площадь адгезионного взаимодействия совпадает с номинальной площадью касания. Однако в этом методе также определяется нормальная адгезия, в то время как при трении происходит срез соединений, образующихся вследствие межмолекулярных взаимодействий при наличии нормальных напряжений.

Несколько видоизмененный метод сдирания пленки с поверхности, но уже для определения прочности на срез адгезионных соединений был применен Бенджамином и Вьюавером [250]. Прочность на срез определялась по усилию, необходимому для сдирания пленки с ровной поверхности (например, с поверхности стекла) индентором. Зная усилие, необходимое для движения индентора, и площадь, с которой происходит срез пленки, определяют

прочность на срез адгезионного соединения пленка — стекло. Следует отметить, что данный метод был по существу первой попыткой непосредственно определить прочность на срез адгезионного соединения. Основным недостатком метода Бенджамина и Вьювера является то, что определяемая прочность на срез адгезионного соединения не типична для внешнего трения, потому что при внешнем трении происходит взаимодействие не непосредственно между телами, а между пленками, покрывающими твердые тела.

Касательные напряжения при внешнем трении можно находить, используя косвенные методы и эксперименты по определению коэффициента внешнего трения. Одним из таких методов является определение значений  $\tau_0$  и  $\beta$  из непосредственных экспериментов по нахождению силы внешнего трения при упругом контакте.

Предположим, что некоторому значению реального давления на контакте при скольжении шарового индентора соответствует коэффициент трения  $f_1$ . При этом в зоне касания происходят упругие деформации, а применяемая нагрузка, свойства материала и условия работы таковы, что деформационной составляющей коэффициента трения можно пренебречь по сравнению с молекулярной составляющей. Зная величины коэффициента трения и реальное давление на контакте, определим касательные напряжения, возникающие в этом случае на поверхности раздела деформируемый материал — индентор, т. е.  $\tau_{n1} = f_1 p_{r1}$ .

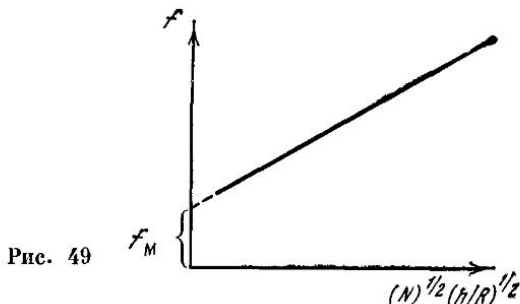
Однако отыскание величины  $\tau_n$  при упругом контакте является недостаточной характеристикой касательных напряжений, так как последние существенно зависят от давления. Для полной их характеристики необходимо определение таких параметров, которые не зависели бы от средних нормальных напряжений в зоне касания. Такими характеристиками, как следует из (3.24), являются  $\tau_0$  и  $\beta$ . Для определения этих параметров необходимо иметь хотя бы два значения коэффициента трения, найденные при различных средних нормальных напряжениях. Решая элементарную систему двух уравнений

$$f_1 = \frac{\tau_0}{p_{r1}} + \beta, \quad f_2 = \frac{\tau_0}{p_{r2}} + \beta,$$

определяем из непосредственных экспериментов трения значения  $\tau_0$  и  $\beta$ . В случае пластических деформаций в зоне касания при скольжении лучше вместо  $\tau_0$  и  $\beta$  определять молекулярную составляющую коэффициента трения  $f_m$ .

*Определение молекулярной составляющей коэффициента трения.* Часто требуется знать величину молекулярной составляющей коэффициента трения. Прямого метода ее определения до последнего времени не существовало. Косвенно молекулярную составляющую коэффициента трения можно определить [22], используя расчетные формулы для деформационной составляющей коэффициента трения и экспериментально найденные значения общих коэффициентов трения.

Предположим, что экспериментально найден ряд значений общего коэффициента трения, определенных при разных нагрузках на индентор, которые были выбраны таким образом, чтобы в зонах касания наблюдались пластические деформации. Согласно теории (см. уравнение (3.22)) средние нормальные напряжения на контакте в этом случае остаются при различных нагрузках практически неизменными. Следовательно, если средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями на



границе раздела, будут постоянны по величине, то молекулярная составляющая будет неизменна. Тогда, определяя деформационную составляющую по заданному радиусу индентора, нормальной нагрузке и физико-механическим свойствам более мягкого материала трущейся пары и вычитая ее из общего коэффициента трения, находим молекулярную составляющую коэффициента трения. Как показала обработка экспериментальных данных Г. Е. Лазарева, Спурра [340], Боудена, Тейбора [22] и др., молекулярная составляющая коэффициента трения остается постоянной для данных условий и материалов и не зависит от нагрузки.

Существует (И. В. Крагельский и др. [91, 96]) другой способ определения молекулярной составляющей, когда по полученным экспериментально значениям коэффициента трения строится график (рис. 49) зависимости его от нормальной нагрузки  $N^{1/2}$  или величины внедрения  $(h/R)^{1/2}$ . Экстраполируя полученную зависимость к нулевым значениям внедрений или нагрузок, получаем на пересечении с осью ординат значение молекулярной составляющей коэффициента трения. Недостатком указанных методов является то, что полученная по ним молекулярная составляющая коэффициента трения может использоваться только в том случае, когда в зоне касания происходят пластические деформации.

Ввиду того, что молекулярная составляющая коэффициента трения не зависит от нормальной нагрузки, способ ее определения «с помощью вычитания» можно свести к определению общего коэффициента трения при такой нагрузке (достаточной для образования пластических деформаций материала в зоне касания), при которой деформационной составляющей коэффициента трения мож-

но пренебречь по сравнению с молекулярной составляющей. Такой способ определения молекулярной составляющей был предложен в работах Спурра [340] и И. В. Крагельского, Н. М. Михина [117]. Однако этот способ, наряду с отмеченными выше недостатками способа «вычитания», обладает немного меньшей точностью и может служить для ориентировочной оценки молекулярной составляющей коэффициента трения. Преимуществом же его является простота получения непосредственной оценки молекулярной составляющей коэффициента трения.

Разработанные выше методы не являются универсальными. В некоторых случаях определяемые величины невозможно применить в расчетах вследствие особого вида разрушения связей при внешнем трении. Часть способов является косвенной оценкой межмолекулярных взаимодействий твердых тел при трении. Поэтому для более тщательного изучения межмолекулярных взаимодействий твердых тел при внешнем трении необходимо создание нового, более универсального способа, с помощью которого определяемые величины  $\tau_n$  и молекулярной составляющей коэффициента трения можно было бы применять для расчета коэффициента трения.

## **§ 2. Способ непосредственного определения касательных напряжений на границе раздела твердых тел при внешнем трении**

Создание способа непосредственного определения касательных напряжений, возникающих в результате межмолекулярных взаимодействий, связано с рядом трудностей, вызванных спецификой внешнего трения. Кроме того, необходимо, чтобы данный способ был достаточно универсален.

Как было показано выше, при относительном скольжении контактирующих тел возникающие касательные напряжения зависят от нормальных напряжений. Поэтому при экспериментальном определении касательных напряжений необходимо: во-первых, чтобы на границе раздела действовали нормальные напряжения сжатия, во-вторых, чтобы напряженное состояние в зоне касания при внешнем трении совпадало с напряженным состоянием в зоне касания при лабораторном определении касательных напряжений, в-третьих, чтобы геометрические очертания индентора на лабораторной установке приближались к геометрическим очертаниям микронеровностей.

Данным требованиям будет удовлетворять способ [112], в котором твердый шаровой индентор, имеющий абсолютно гладкую поверхность, сжимается между плоскими пластинками из исследуемого материала, а затем вращается относительно оси симметрии, перпендикулярной к плоскости пластин, фиксируя силу, необходимую для вращения.

Так как микронеровности поверхности можно рассматривать как шаровые сегменты, то в этом случае напряженное состояние на контакте совпадает с напряженным состоянием в зоне касания при скольжении твердых тел. Касательные напряжения будут определяться при наличии сжимающих напряжений.

Несомненным преимуществом данного способа является то, что применение шара, сжимаемого между плоскими пластинами, позволяет исключить влияние перекосов в нагружающей системе. Шаровой индентор должен иметь правильную геометрическую форму для того, чтобы избежать объемного деформирования материала плоских пластин при вращении. Твердость индентора должна намного превышать твердость материала плоских пластин, так чтобы его деформацией под нагрузкой можно было бы пренебречь. Так как поверхность индентора гладкая и он имеет и под нагрузкой правильную геометрическую форму, то сила, необходимая для вращения индентора, будет обусловлена касательными напряжениями на границе раздела деформированный материал — шаровой индентор, появляющимися в результате межмолекулярных взаимодействий.

Касательные напряжения определяются расчетным путем по измеренной силе, необходимой для вращения шара. Расчет проводится из следующих соображений: 1) шар образует непосредственный контакт по всей геометрической поверхности отпечатка, что совпадает с данными Тейбора [345, 347]; 2) деформирование материала в лунке микронеровностями поверхности шара или в результате неправильной геометрической формы отсутствует. При определении последовательно рассмотрим два случая, когда в зоне касания наблюдаются пластические и упругие деформации.

**1. Упругий контакт.** Чтобы индентор стал вращаться, к нему необходимо приложить момент

$$M = \int dM,$$

где  $dM$  — элементарный момент сопротивления вращению (рис. 50),

$$dM = Fr,$$

здесь  $F$  — проекция силы межмолекулярного взаимодействия на горизонтальную площадь;  $r$  — среднее расстояние от проекции элементарной силы на горизонтальную плоскость.

Проекция силы межмолекулярного взаимодействия на горизонтальную плоскость равна

$$F = \tau_n R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi.$$

Тогда элементарный момент, учитывая, что  $r = R \sin \theta$ , на расстоянии  $r$  от оси вращения

$$dM = (\tau_0 + \beta \sigma_n) R^3 \sin^2 \theta \cos \theta d\theta d\varphi,$$

где  $\sigma_n$  — средние нормальные напряжения на контакте.

Момент, необходимый для вращения индентора,

$$M = 8R^3 \int_0^{\theta_*} \int_0^{\pi/2} (\tau_0 + \beta\sigma_n) \sin^2 \theta \cos \theta d\theta d\psi.$$

Средние нормальные напряжения на контакте в зависимости от величины внедрения  $h$  выражаются при упругом контакте [162] следующим образом:

$$\sigma_n = 0,42 h^{1/2} E / R^{1/2} (1 - \mu^2),$$

где  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $E$  — модуль упругости.

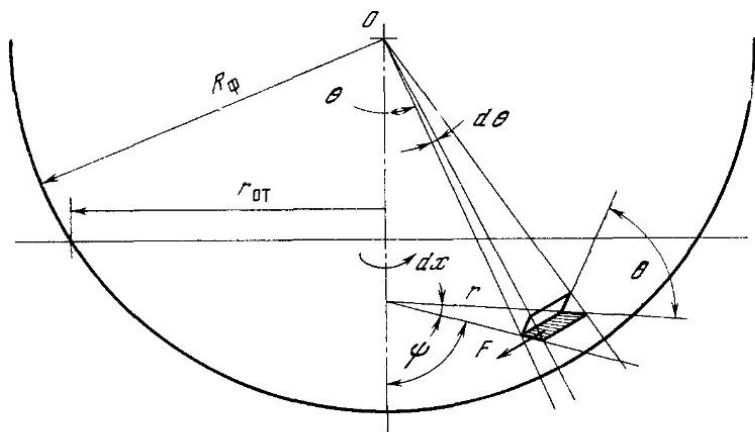


Рис. 50

Из геометрических соображений следует  $h/R = 1 - \cos^2 \theta$ . Момент, необходимый для вращения индентора, будет

$$M = 8R^3 \int_0^{\theta_*} \int_0^{\pi/2} \left[ \tau_0 + \frac{0,42\beta E (1 - \cos^2 \theta)^{1/2}}{1 - \mu^2} \right] \sin^2 \theta \cos \theta d\theta d\psi.$$

Составляющая момента трения, обусловленная величиной  $\tau_0$ , после интегрирования равна  $M' = 4R^3 \tau_0 \pi \sin^3 \theta_* / 3$ . Так как  $R^3 \sin^3 \theta_* = r_{от}^3$ , то

$$M' = 4\pi \tau_0 r_{от}^3 / 3, \quad (4.1)$$

где  $r_{от}$  — радиус отпечатка.

При упругом контакте измерять непосредственно радиус отпечатка весьма сложно. Гораздо проще измерять величину внедрения, поэтому получим выражение для момента, необходимого для вращения индентора, в зависимости от глубины внедрения. При упругом контакте  $r_{от} = \sqrt{Rh}$ . Следовательно, момент со-



противления вращению, обусловленный величиной  $\tau_0$ , будет равен

$$M' = 4\pi\tau_0 R^{3/2} h^{3/2} / 3. \quad (4.1a)$$

Момент сопротивления вращению, обусловленный пьезокоэффициентом  $\beta$ , будет равен:

$$M'' = 8 \frac{\beta ER^3}{1-\mu^2} \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} (1 - \cos \theta) \sin^2 \theta \cos \theta d\theta d\psi.$$

Вводя новую переменную  $t = 1 - \cos \theta \approx h/R$ , интегрируя и делая несложные преобразования, получим

$$M'' = 1,2\pi \frac{\beta R^2 E h}{1-\mu^2} \left[ 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{h}{R} \right)^{1/2} \right].$$

Следовательно, общий момент, необходимый для вращения индентора, при упругом контакте будет равен

$$M = \frac{4}{3} \pi \tau_0 R^{3/2} h^{3/2} + 1,2\pi \frac{\beta R^2 E h}{1-\mu^2} \left[ 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{h}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (4.2)$$

При испытаниях более удобно оценивать момент сопротивления вращению в зависимости от прилагаемой к индентору нагрузки. Для получения  $M = \psi(N)$  величину внедрения в уравнении (4.2) выразим через нагрузку. При упругом контакте

$$h = [0,75 N (1 - \mu^2) / R^{1/2} E]^{2/3}.$$

Таким образом, момент сопротивления вращению в зависимости от действующей на индентор нормальной нагрузки будет равен

$$M = \frac{\pi R \tau_0 N (1 - \mu^2)}{E} + \frac{1,2\pi R^{3/2} \beta E^{1/2} N^{2/3}}{(1 - \mu^2)^{1/3}} \left[ 1 - 0,6 \frac{N^{1/3} (1 - \mu^2)^{1/3}}{R^{2/3} E^{1/3}} \right]. \quad (4.3)$$

С другой стороны, вращающий момент, действующий на оправку, в которой обычно закреплен шаровой индентор,

$$M = FR_0, \quad (4.4)$$

где  $F$  — сила, необходимая для равномерного вращения оправки;  $R_0$  — радиус оправки.

Приравнявая (4.3) и (4.4), найдем силу, необходимую для вращения,

$$F = \frac{\pi R \tau_0 N (1 - \mu^2)}{R_0 E} + \frac{1,2\pi R^{3/2} \beta E^{1/2} N^{2/3}}{(1 - \mu^2) R_0} \left[ 1 - 0,6 \frac{N^{1/3} (1 - \mu^2)^{1/3}}{R^{2/3} E^{1/3}} \right].$$

Таким образом, для определения фрикционных констант  $\tau_0$  и  $\beta$  необходимо, по крайней мере, иметь два значения силы  $F_{\text{вк}}$ , найденные при различных усилиях, приходящихся на шаровой индентор. Затем, решая систему двух уравнений, определяем  $\tau_0$  и  $\beta$ .

2. **Пластический контакт.** В этом случае средние нормальные напряжения на контакте постоянны, следовательно, постоянны и средние касательные напряжения. Тогда момент, необходимый для вращения индентора, как следует из приведенных выше соотношений, будет равен

$$M = 4 \pi \tau_n r_{от}^3 / 3. \quad (4.5)$$

Величину момента, необходимого для вращения, и радиус отпечатка определяем из экспериментов. Следовательно, средние касательные напряжения будут равны

$$\tau_n = 0,75 FR_0 / \pi r_{от}^3. \quad (4.6)$$

При пластических деформациях в зоне касания радиус отпечатка в зависимости от глубины внедрения  $h$  выражается следующим образом:

$$r = \sqrt{2Rh}.$$

Глубина внедрения  $h = N / 2\pi R p_r$ , где  $p_r$  — реальное давление на контакте. При пластическом контакте  $p_r = HB$ . Тогда величина средних касательных напряжений в зависимости от нагрузки будет равна

$$\tau_n = 0,75 FR_0 HB / N r_{от}, \quad (4.7)$$

молекулярная составляющая коэффициента трения

$$f_M = 0,75 FR_0 / N r_{от}. \quad (4.8)$$

Таким образом, измеряя значения силы, необходимой для вращения шарового индентора, и радиус отпечатка, по заданным величинам нормальной нагрузки и радиуса индентора определяются значения средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями и молекулярной составляющей коэффициента трения.

На основании разработанной выше методики совместно с Г. М. Харачом, М. Н. Добычиным и К. С. Ляпиным сконструирована установка, принципиальная схема которой приведена на рис. 51. Общий вид установки в комплекте с регистрирующими приборами приведен на рис. 52. Образцами установки (см. рис. 51) служили шаровой индентор 16, изготовленный обычно из стали ШХ-15 или из другого материала, и плоские прямоугольные образцы 5, 17, изготовленные из различных материалов. Шаровой индентор жестко закрепляется в оправке 15, имеющей кольцевой паз, в который укладывается тросик 13, с его помощью через систему тянущего устройства осуществляется вращение шарика. Один конец тросика закреплен на оправке, второй присоединяется к плоской пластинчатой пружине 12, на которую наклеены тензодатчики сопротивления, служащие для регистрации силы  $F_{эп}$ , необ-

ходимой для вращения индентора. Сигналы датчиков усиливаются усилителем 6 и регистрируются с помощью осциллографа или милливольтметра 7.

Нижний и верхний образцы располагаются в образцедержателях 4, 22 и закрепляются в определенном положении с помощью стопорных винтов 14. Установка образцов в определенном поло-

Рис. 51

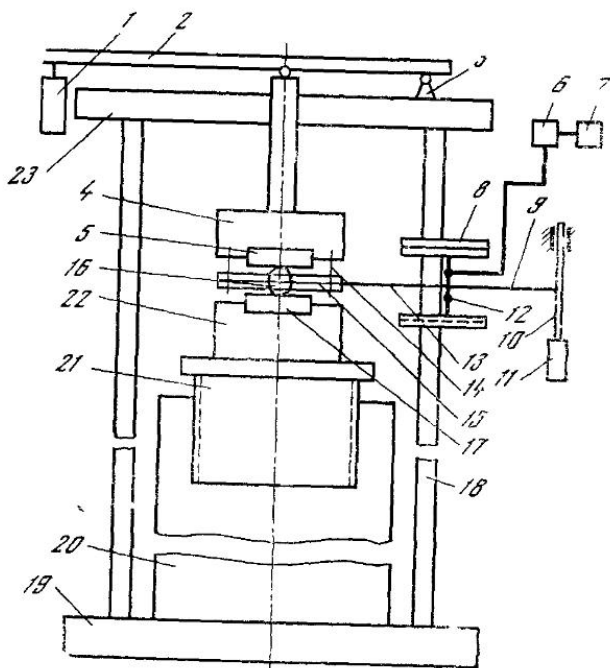
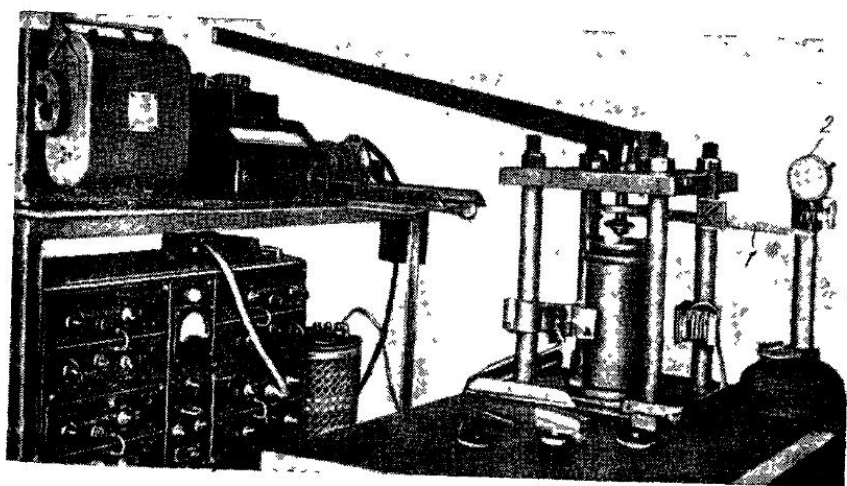


Рис. 52



жении необходима для того, чтобы при повторном приложении нагрузки на одном отпечатке избежать перекосов.

Верхний и нижний образцедержатели подвижные. Верхний может перемещаться относительно верхней плиты, скользя во втулке, впрессованной в верхнюю плиту 23. Нижний крепится на специальном стакане 21, имеющем резьбу для соединения его с цилиндром 20, закрепленным неподвижно на нижней плите 19.

Такая конструкция необходима для того, чтобы изменять расстояние между образцедержателями в нагруженном состоянии, оставляя неизменным положение верхнего образцедержателя. Из конструкторских соображений диаметр шарового индентора был выбран равным 10 мм.

Пластинчатая пружина с наклеенными тензодатчиками закреплена на салазках 8, способных перемещаться по направляющим. Салазки с помощью тросика 9 связаны с валом 10 многоступенчатого редуктора, присоединенного к синхронному электромотору 11. От синхронного электромотора вращение с помощью зубчатых передач передается на вал редуктора, на который при вращении наматывается тросик, соединенный с салазками. В результате наматывания происходит поступательное движение салазок и закрепленной на них пружины с постоянной скоростью. Двигаясь, пружина натягивает тросик 13 и тем самым оказывает силовое воздействие на оправку с индентором. Величина силы, действующей на оправку, зависит от прогиба упругого элемента и нарастает плавно от нуля до значения, соответствующего началу вращения индентора. Благодаря примененному синхронному мотору вращение вала редуктора строго постоянно, что позволяет исключить влияние на касательные напряжения изменения скорости вращения оправки. Так как редуктор позволяет ступенчато изменять скорость в десять раз, то данная конструкция привода позволяет производить оценку касательных напряжений при различных скоростях, что весьма важно для раскрытия физической сущности зависимости коэффициента трения от скорости.

Вращение шарового индентора происходит в условиях действия на него нормальной к плоскости вращения силы  $N$ . Нормальная сила прикладывается с помощью рычага 2 и грузов 1 к хвостовику верхнего держателя 4. Рычаг 2 закреплен на верхней плите 23 прибора с помощью кронштейнов 3 и может вращаться относительно оси. Отношение плеч 1 : 20, что позволяет с помощью навешивания небольших грузов 1 получать значительные усилия, действующие на шаровой индентор. Нагрузка на последний может изменяться от 15 кг, что составляет вес самого рычага и верхнего образцедержателя, до 510 кг. В отдельных случаях, например, при контактировании индентора диаметром 10 мм с резиной необходимо применять нормальные нагрузки еще меньше, чем вес рычага с образцедержателем. В этих случаях рычаг вместе с кронштейном снимаются и нагружение производится на верхний

образцедержатель с помощью специальной площадки, закрепляемой на хвостовике, и грузов. Применяемая в экспериментах нагрузка выбирается в зависимости от материала образцов, диаметра используемого индентора и деформации в зоне касания индентор — плоский образец. Силовое воздействие от рычага к хвостовику передается через сферический подшипник, закрепленный в специальной обойме на рычаге.

Сферический подшипник закрепляется на рычаге на таком расстоянии от оси вращения, чтобы линия действия нормальной нагрузки проходила через центр отпечатка, получаемого индентором, и совпадала с его вертикальной осью симметрии. При этом также необходимо, чтобы шаровой индентор находился в строго фиксированном положении относительно верхнего образцедержателя, так чтобы ось симметрии шара и верхнего образцедержателя совпали, сам образцедержатель двигался относительно верхней плиты без перекосов и рычаг в нагруженном состоянии находился в горизонтальном положении. Для соосности шарового индентора и верхнего образцедержателя в оправке и образцедержателе в определенных местах относительно центра просверлены отверстия, в которые вставляются направляющие штифты. Перед проведением эксперимента оправка относительно образцедержателя фиксируется с помощью этих штифтов. Хвостовик верхнего образцедержателя относительно верхней массивной плиты может перемещаться по втулке. Отклонение верхнего рычага от горизонтального положения в нагруженном состоянии может происходить из-за того, что, во-первых, верхняя плита не параллельна нижней, во-вторых, при разной высоте плоских образцов будет различное положение по высоте хвостовика образцедержателя.

Непараллельность верхней 23 и нижней плиты 19 основания практически исключается, так как верхняя и нижняя плиты соединены четырьмя одинаковыми по высоте шпильками 18. Для обеспечения положения верхнего образцедержателя на одном уровне нижний образцедержатель 22 с помощью резьбы соединен со стаканом 21, закрепленном на нижней плите установки и может перемещаться в вертикальном направлении. Как следует из формулы (4.8), для определения молекулярной составляющей коэффициента трения необходимо измерять диаметр отпечатка или глубину внедрения индентора в плоские образцы. Для измерения величины площади касания индентора в экспериментах, оценка площади производилась как по величине отпечатка, так и по измеренной величине сближения. Оказалось, что оба метода дают удовлетворительное совпадение. Определение площади касания по величине внедрения, хотя и менее точно по сравнению с определением площади через диаметр отпечатка, значительно выгоднее, так как с одним установом образцов можно проводить эксперименты сразу при нескольких последовательно возрастающих нагрузках. Для

определения площади касания с помощью диаметра отпечатка после каждого нагружения приходится снимать, по крайней мере, один плоский образец для измерения диаметра отпечатка, а затем снова его ставить, что в значительной степени снижает производительность труда. Поэтому те испытания, в которых не требуется большой точности, следует проводить, используя при определении  $\tau_n$  и молекулярной составляющей коэффициента трения величину внедрения. Для измерения величины внедрения используется рычаг 1 (см. рис. 52), закрепленный на верхней плите. Один конец рычага упирается в плоскость верхнего образцедержателя, второй — в штифт индикаторной головки часового типа (2) с ценой деления 1 мк. Индикаторная головка закреплена в кронштейне, установленном на нижней плите прибора. За нулевое положение стрелки индикатора принимается положение верхнего образцедержателя, когда он не нагружен нормальной нагрузкой. По мере нагружения происходит внедрение индентора в плоские образцы, в результате чего происходит сближение верхнего и нижнего образцедержателей. Данное сближение регистрируется индикатором.

Весь прибор можно поместить в кожух и создать в замкнутом пространстве по желанию экспериментатора контролируемую атмосферу.

Установку ОТ-1 можно применять только в том случае, когда сила, необходимая для вращения шарового индентора, гораздо меньше, чем сила, требуемая для скольжения шара между пластинами. Если сила, необходимая для вращения, приближается к силе трения скольжения, то в данном случае необходимо изменить конструкцию устройства для вращения шара. В зоне небольших нагрузок лучше применять установку, принципиальная схема которой приведена на рис. 53.

Установка состоит из трех массивных плит 2—4, соединенных стойками 5, 6. Нижняя плита служит основанием установки, на верхней плите крепится устройство для нагружения 7, 9, 10, 23. Конструкция нагрузочного устройства и верхнего образцедержателя 8 с направляющей втулкой 11 аналогична описанной выше.

На средней плите крепится нижний образцедержатель 14. На хвостовик этого образцедержателя насаживается радиальный шарикоподшипник 22. На внешнюю обойму подшипника напрессовывается большое зубчатое колесо 19, соединенное с помощью штифтов с чашкой 18. Чашка может свободно перемещаться относительно колеса 19 в вертикальном направлении и не может проворачиваться относительно его. В двух взаимно перпендикулярных направлениях в чашке сделаны прямые пазы. В эти пазы вставляются плоские пружины 17, на которые наклеены проволочные датчики сопротивления. Другим концом пластинчатые пружины закреплены в пазах головок винтов (рис. 54), ввернутых в оправку 16, в которую в центре запрессован шаровой индентор 15.

Пластинчатые пружины закреплены в головках винтов, ввернутых в оправку стопорными винтами. Таким образом, обойма оказывается с помощью упругих элементов связанной с чашкой, которая соединена с зубчатым колесом.

Зубчатое колесо находится в зацеплении с шестерней 20, закрепленной неподвижно на валу электродвигателя 21. Число оборотов электродвигателя можно изменять, меняя напряжение

Рис. 53

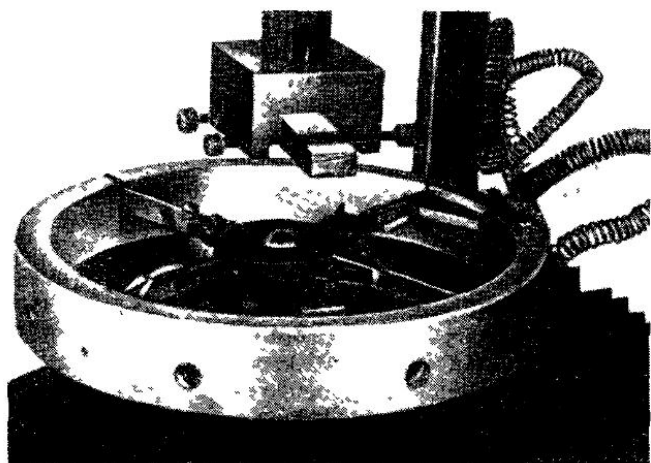
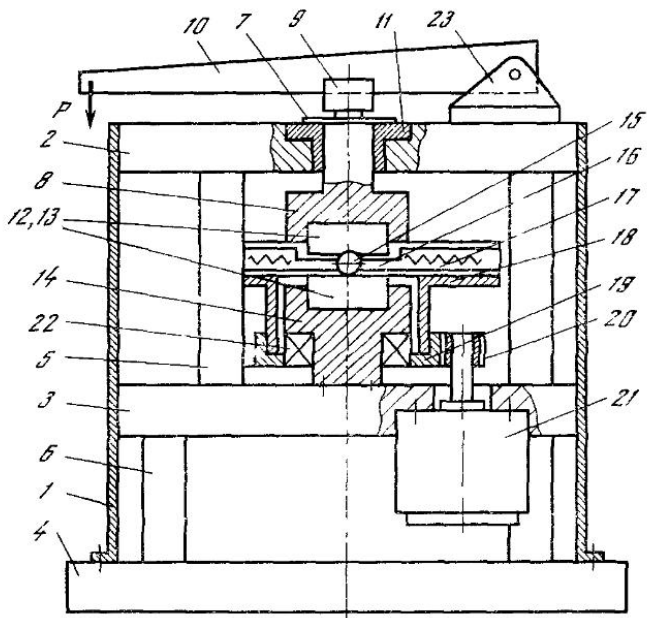


Рис. 54

на его обмотках. Таким образом, на данной установке имеется возможность определения касательных напряжений при различных скоростях вращения индентора. Электродвигатель крепится на средней плите. При включении электродвигателя вращение от него через зубчатую передачу передается чашке, а от нее с помощью упругих элементов оправке с шариком. Для вращения оправки необходимо приложить некоторый момент, величину которого можно определить, записывая при испытаниях сигналы тензодатчиков и определяя по тарировочному графику силы, которые приложены к оправке. В начале движения происходит плавное нарастание крутящего момента от нуля до момента страгивания. Величина  $R_{\text{вк}}$ , которая входит в формулу для определения средних касательных напряжений на границе раздела и молекулярной составляющей коэффициента трения, равна расстоянию от оси симметрии оправки до головки винта. Величина площади касания индентора и плоских образцов 12, 13 вычисляется по способу, приведенному выше. Плоские образцы фиксируются в образцедержателях стопорными винтами.

Устройство для нормальной нагрузки тарируется следующим образом. Верхний образцедержатель и оправка снимаются, нижний образцедержатель в установке ОТ-1 ставится в нижнее положение, для чего стакан 21 (см. рис. 51) до конца ввинчивается в цилиндр. Вместо верхнего образцедержателя и оправки к индентором вставляется вал и динамометр ДОСМЗ-02 с индикаторной головкой часового типа. Подвешивая грузы на рычаг, отмечаем цену деления на шкале, соответствующую определенному грузу, затем по тарировочному графику устанавливаем, какая нормальная нагрузка соответствует данному грузу. Тарировка нагрузочного устройства проводилась по следующей причине. В процессе изготовления прибора соотношение плеч рычага могло измениться, поэтому с помощью тарировки было непосредственно установлено, какому грузу на рычаге соответствует определенная нагрузка на шаровой индентор.

Аналогичным образом можно проводить тарировку и на приборе ОТ-2 (см. рис. 53), только на нем при тарировке целесообразно снимать нижний образцедержатель вместе с чашкой 18 и зубчатым колесом 19.

При тарировке балочки для измерения силы вращения (на приборе ОТ-1) ее целесообразно закреплять вместе с салазками на специальном кронштейне таким образом, чтобы тросик располагался вертикально. Подвешивая на тросик грузы определенной величины, можно фиксировать отклонение зайчика от нулевого положения. Затем строится тарировочный график, на котором нагрузка, приходящаяся на пружину, определяется в зависимости от отклонения зайчика от нулевого положения. Упругие элементы прибора ОТ-2 необходимо тарировать с помощью устройства, которое позволяло неподвижно закреплять оправку. Для этой цели вместо шарика в оправку вставляется стержень с резьбой



и на нем оправка закрепляется с помощью гаек. Стержень обычно закрепляется в тисках и на цилиндрическую поверхность с помощью тросика навешиваются грузы. На основании экспериментов затем строится тарировочный график.

### § 3. Методика проведения экспериментов

Шаровые инденторы, закрепляемые в оправке, изготавливаются обычно из стали ШХ-15, в отдельных случаях из других материалов. Запрессовку индентора в оправку удобно производить на гидравлическом прессе.

При выборе шаров особое внимание следует обращать на правильность их геометрической формы и чистоту поверхностей, чтобы по возможности исключить деформирование материала плоских образцов микронеровностями поверхности шарового индентора или деформирование материала. При минимальном деформировании поверхностных слоев плоских образцов в лунке сила, необходимая для вращения индентора, максимально приближается к силе, обусловленной средними касательными напряжениями на контакте.

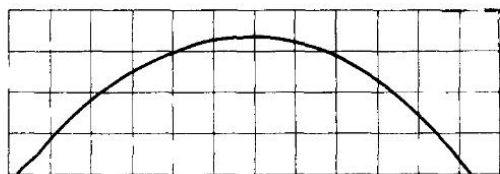


Рис. 55

Вначале из партии шаров визуальным осмотром отбирались только такие, на поверхностях которых не было рисок и забоин. После этого на катетометре с ценой деления 0,001 мм проводилось измерение диаметров инденторов во взаимно перпендикулярных направлениях для выбраковки шаров с незначительными отклонениями величины диаметров. Оценка микротопографии отобранных шаров осуществлялась с помощью профилограмм. Типичные профилограммы, снятые с поверхности шаровых инденторов на профилографе-профилометре «Калибр-ВЭИ», приведены на рис. 55. Обработка профилограммы показала, что высота микронеровности поверхности составляет около 0,3 мк.

Интересно оценить, какова будет составляющая сила трения при такой величине микронеровностей. Деформационная составляющая сила трения будет равна такой доле молекулярной, какой будет равна деформационная составляющая коэффициента трения от его молекулярной составляющей. Согласно приведенным ниже расчетам деформационная составляющая коэффициента трения при трении поверхностей определяется следующим образом:

$$f = 0,76 (h_m/R)^{1/2} (p_c/HV)^{1/2}.$$

Полагая, что фактическая площадь касания шара с плоским образцом совпадает с площадью отпечатка, отметим, что в данном случае  $p_c = HB$ . Необходимо иметь в виду, что в таких условиях приведенную форму можно использовать только в качестве первого приближения, так как условия, для которых она получена, отличаются от условий, имеющих место в лунке. Определенная из профилограмм величина  $h_{\max} = 0,3 \text{ мк}$ ,  $R = 3000 \text{ мк}$ . Тогда  $f = 8 \cdot 10^{-3}$ , т. е. сила, необходимая для вращения, является по существу силой межмолекулярного взаимодействия между поверхностями. Это положение подтверждается и на основании других экспериментальных данных.

Исследования, проведенные с разными диаметрами (6; 8; 10; 12,7 мм) инденторов, показали, что при пластических деформациях в зоне касания средние касательные напряжения не зависят от диаметра индентора. Поэтому в дальнейшем почти все испытания проводились на шаровом инденторе диаметром 10 мм.

Индентор такого диаметра удобен тем, что на нем удобно закрепить оправку толщиной 3 мм, в то же время расстояние между плоскими образцами достаточно для проведения экспериментов, а нагрузки на индентор, при которых обеспечивались как упругие, так и пластические деформации в зоне касания лежали в пределах нагрузок, возможных на установке. Важным преимуществом индентора диаметром 10 мм является также то, что шары такого диаметра широко используются при испытаниях на твердость по пробе Бринеля, поэтому размеры плоских прямоугольных образцов для испытаний выбирались для данного материала исходя из требований, предъявляемых к данным образцам при испытаниях на твердость [232, 238]. Расстояние между лунками на плоских образцах и расстояние лунки от края образца также соответствовали аналогичным требованиям при испытаниях на твердость по Бринелю.

Прямоугольные образцы имели различную шероховатость рабочих поверхностей. Изготавливались образцы на фрезерном и токарном станках. В дальнейшем в зависимости от физико-механических характеристик материала поверхность образцов полировалась или обрабатывалась мелким напильником. На приборе был исследован ряд металлов и пластмасс. При исследовании средних касательных напряжений, возникающих между поверхностями образцов, изготовленных из металла, плоские образцы изготавливались из технически чистых металлов и сплавов (12 видов). Физико-механические характеристики подшипниковых сплавов и исследуемых типов пластмасс приведены в табл. 6.

Шаровые инденторы, изготовленные из стали ШХ-15, как отмечалось, выбирались из шаров, используемых в точных шарикоподшипниках. Шаровые инденторы из других материалов изготавливались на токарном станке специальными резцами, а затем поверхность инденторов полировалась. Необходимо, чтобы плоские образцы были изготовлены из одного и того же материала,

Таблица 6

Материалы	$HV$ , кгс/мм <sup>2</sup>	Средние касательные напряжения, кгс/мм <sup>2</sup>	$f_{\text{мол}}$
Фторопласт	3,1	0,067	0,022
Полиэтилен высокого давления	2	0,09	0,044
Полиэтилен низкого давления	4,3	0,185	0,043
Полипропилен	3,7	0,038	0,011
Поликапроамид	7,5	0,66	0,088
Полистирол	11	0,31	0,027
Винипласт	11,5	0,78	0,068
Капролон	13	0,80	0,061
Полиформальдегид	15	0,73	0,049
Полиметакрилат	16	0,36	0,22
Фенилон	31	1,71	0,055
ФК-16Л	43	6,1	0,142
Аман-2	35	4,2	0,12
ВАМК	46	3,65	0,078
Баббит БН	25	2,54	0,102
Баббит Б-83	24	3,35	0,149
Материал ЛСС-6-5	—	3	0,08
Материал А-20	—	2	0,07
Бронза	58	7,55	0,130
Бронза бериллиевая	150	14,5	0,095

чтобы в условиях эксперимента в них получались одинаковые отпечатки. В противном случае точность определяемых на приборе величин будет значительно ниже.

Прямоугольные образцы изготовлялись из таких металлов и пластмасс, которые значительно отличались по твердости. Например, индий имел твердость  $HV = 0,8 \div 1$  кгс/мм<sup>2</sup>, в то время как для вольфрама  $HV = 280$  кгс/мм<sup>2</sup>, для хрома  $HV = 200$  кгс/мм<sup>2</sup> и т. д. Поэтому обработка поверхностей образцов, сделанных из твердых и мягких металлов, несколько отличалась. При обработке поверхностей руководствовались следующими соображениями. Согласно принятым предположениям формула для определения  $\tau_n$  и  $f_m$  по известной величине силы, необходимой для вращения, и радиусу отпечатка справедлива в том случае, когда площадь отпечатка совпадает с фактической площадью касания индентор — плоский образец. Поэтому эксперименты должны проводиться в условиях, при которых выполняются сделанные при расчете предположения. Нами совместно с К. С. Ляпиным были проведены эксперименты, цель которых заключается в том, чтобы

определить, сминаются ли микронеровности поверхности под влиянием значительных давлений или остаются в лунке неповрежденными. Для этого из всех исследуемых металлов были подготовлены плоские образцы, имеющие практически одинаковую шероховатость поверхности. Шероховатость на поверхности прямоугольных образцов наносилась либо обработкой, либо напильником для мягких образцов, либо шкуркой.

После обработки и очистки поверхностей образцы устанавливались на приборе, осторожно прикладывалась нормальная нагрузка и оправка с индентором приводилась во вращение. После поворота на небольшой угол снимали нормальную нагрузку и исследовали поверхность отпечатка. Осмотр поверхности лунки под микроскопом позволил установить, что поверхность плоского образца в лунке гладкая для образцов, твердость которых меньше  $HV = 30 \text{ кгс/мм}^2$ . Типичные фотографии исходных поверхностей и лунок для свинца приведены на рис. 56. Из приведенных фотографий поверхности образца следует, что микронеровности даже грубых поверхностей мягких металлов при сжатии сминаются и микрофотография поверхности образца напоминает микрофотографию поверхности шарового индентора.

Если поверхность плоского образца, изготовленного из мягких металлов перед испытанием была обработана с  $h_{\max} = 10 \text{ мкм}$ , то в лунке после испытания эта поверхность была практически гладкая. Для определения шероховатости поверхности лунки с нее снимались профилограммы. После расшифровки было установлено, что шероховатости поверхностей лунки и шарового индентора совпадают независимо от первоначальной обработки поверхности плоского образца. Типичная профилограмма, снятая с поверхности кадмия до испытаний (кривая 1) и после испытания (кривая 2), приведена на рис. 57. Профилограмма снята с одних и тех же участков поверхности. Из проведенных испытаний следует, что, во-первых, поверхность образцов, изготовленных из мягких металлов ( $HV \leq 30 \text{ кгс/мм}^2$ ), можно не полировать, во-вторых, фактическая площадь касания индентора с плоским образцом практически совпадает с геометрической площадью отпечатка.

Для плоских образцов, изготовленных из металла ( $HV \geq 30 \text{ кгс/мм}^2$ ), в лунке начинают появляться риски. Наличие рисок в лунке отчетливо видно на рис. 58, на котором приведены типичные фотографии поверхности образцов из меди до испытаний и после испытаний. Индентор имел ту же микрофотографию поверхности, что и в экспериментах с образцами из мягких металлов. Из рис. 58 видно, что риски, появившиеся в результате обработки на поверхности образца, изготовленного из достаточно твердого материала, частично сохраняются в лунке. Поэтому перед испытаниями поверхности образцов, изготовленных из таких материалов, полируются. Это делается для того, чтобы площадь касания равнялась площади отпечатка.

С поверхностей образцов, изготовленных из пластмасс, перед экспериментом срезался ножом тонкий слой материала. Как показали испытания, средние касательные напряжения на границе раздела при определении на образцах, имеющих шероховатую и гладкую поверхности, одинаковы. Это позволило образцы перед экспериментами не полировать.

Поверхность образцов очищалась в зависимости от вида контактирующей пары. Для твердых металлов рабочие поверхности об-

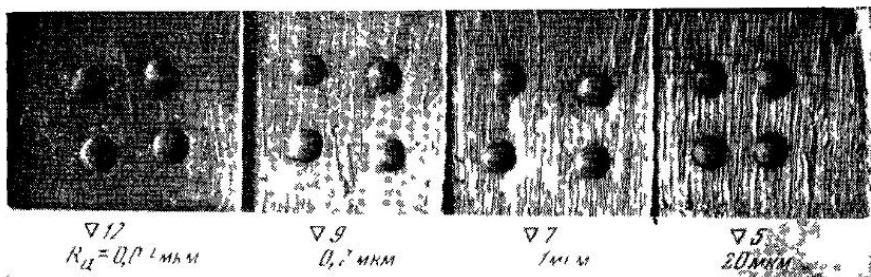


Рис. 56

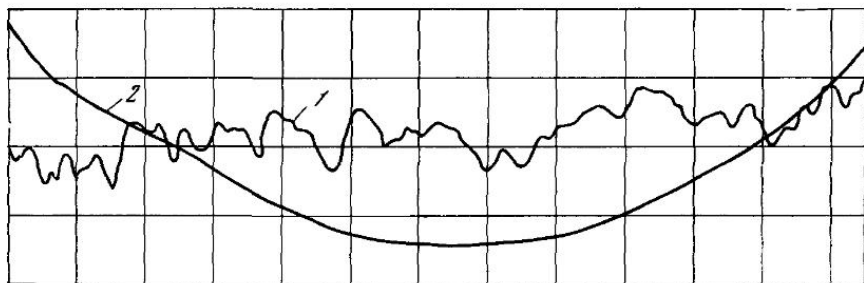


Рис. 57

(горизонтальное увел 300, вертикальное 6000)

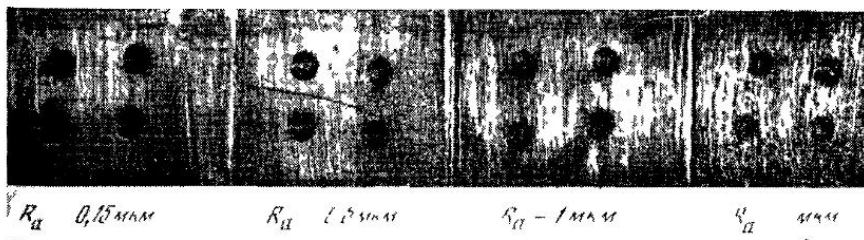


Рис. 58

разцов перед экспериментами очищались спиртом, четыреххлористым углеродом и пылью активированного угля. С рабочей поверхности плоских образцов, изготовленных из мягких металлов, перед экспериментом снимался тщательно очищенным ножом тонкий слой металла. Кроме того, они очищались также спиртом и четыреххлористым углеродом. Поверхность шарового индентора перед экспериментом очищалась по способу, применяемому для очистки поверхностей плоских образцов из твердых металлов.

Поверхности плоских образцов, изготовленных из пластмасс, очищались спиртом или четыреххлористым углеродом в зависимости от вида пластмассы.

После очистки рабочих поверхностей плоскопараллельные образцы 5, 17 (см. рис. 51) устанавливаются в образцедержателях 4, 22 и фиксируются стопорными штифтами. В это время верхний образцедержатель находится в поднятом состоянии, в котором он фиксируется специальными винтами. Рабочая поверхность верхнего и нижнего образцов очищается вторично. После этого шаровой индентор 16 с очищенной поверхностью устанавливается в фиксированном положении относительно верхнего образцедержателя. Направляющие 14 обеспечивают установку оправки так, чтобы прикладываемая нормальная нагрузка проходила через ось симметрии шара. Верхний образцедержатель плавно вместе с оправкой опускается до тех пор, пока шаровой индентор не коснется поверхности нижнего плоского образца. После этого освобождаются направляющие штифты и шаровой индентор касается верхнего и нижнего образцов только в двух контактных зонах, находящихся на вертикальной оси симметрии, и может вращаться относительно этой оси. Дальнейшие операции для подготовки прибора к испытаниям зависят от способа определения площади отпечатка индентора с плоскими образцами. Если площадь вычисляется с использованием внедрений, то после установки оправки с шаровым индентором между плоскими образцами под рабочую поверхность подводится рычаг 1 (см. рис. 52) устройства для измерения величины внедрения. Дальше, регулируя расположение индикаторной головки на кронштейне, опускаем ее до соприкосновения штыря индикатора с рычагом, опускаем индикатор еще ниже с целью выбора зазоров в измеряющем механизме и обеспечиваем контактирование штыря индикатора с рычагом с некоторым натягом.

Если площадь отпечатка определяется по величине диаметра отпечатка, то после установки шарового индентора между образцами прикладывается с помощью рычага нормальная нагрузка. В момент установки образцов и рычага для измерения внедрения нагрузочный рычаг опирается на специальную подставку. После установки образцов рычаг освобождается от фиксатора и опускается до тех пор, пока сферический подшипник, укрепленный на рычаге, не упрется в хвостовик верхнего образцедержателя. На рычаг осторожно навешиваются гири, создавая сжимающее усилие

на индентор. Таким образом, происходит плавное нагружение образцов нормальной нагрузкой. При данной нагрузке образцы выдерживаются определенное время в зависимости от материала и толщины образца и применяемого диаметра шарового индентора. Время выдержки устанавливается согласно техническим испытаниям на твердость по Бринеллю [232]. Рычажная система нагружения выгодна тем, что изменение величины сближения в процессе выдержки образцов под нормальной нагрузкой не изменяет приложенной нормальной нагрузки.

Если площадь оценивается через сближение, то по истечении времени выдержки образцов под нормальной нагрузкой регистрируется величина сближения образцов. Затем полученное сближение делится пополам для определения площади отпечатка, сделанного индентором в каждом образце. Для точности определения величины средних касательных напряжений важно, чтобы отпечатки, получаемые в образцах, были совершенно одинаковы. Проведенные испытания показали, что при использовании плоских образцов одинакового размера, изготовленных из одного куска материала и имеющих одинаковую чистоту обработки поверхности, на обоих образцах получаются идентичные лунки.

После выдержки образцов под нагрузкой включается синхронный двигатель, обеспечивающий равномерность вращения вала редуктора. На вал редуктора (10) (см. рис. 51) наматывается тросик (9), который приводит в движение соединенные с ним салазки (8), а также пружину (12) с наклеенными тензодатчиками. От пружины через тросик (13) силовое воздействие передается на оправку, заставляя последнюю вращаться вместе с шаровым индентором (16). Прогиб пластинчатой пружины зависит от силы, необходимой для вращения индентора. Величина прогиба измеряется с помощью тензодатчиков усилителя и осциллографа. Эксперименты показали, что при повороте индентора относительно первоначального положения на 30, 90, 180° и более сила, необходимая для вращения, остается практически неизменной. Поэтому во многих из описанных ниже экспериментов поворот производился не более чем на 180°.

После записи сигнала дальнейшие операции на приборе зависят от того, каким способом определяется площадь касания с помощью измерения внедрения или диаметра отпечатка. Если с помощью измерения внедрения, то после регистрации силы трения прибор готов для проведения экспериментов при нагрузках, превышающих используемые в данных экспериментах. Проведение измерений при неизменной нормальной нагрузке дает неизменную величину силы, необходимой для вращения на материалах, у которых практически не наблюдается ползучести. Для проведения экспериментов при больших нагрузках необходимо на рычаг навесить дополнительные грузы и отметить величину сближения, принимая за нулевое положение показание индикатора перед нагружением индентора при проведении первого измерения. В даль-

нейшем цикл операций повторяется. Эксперименты с меньшими нормальными нагрузками, чем в предыдущих испытаниях, при пластических деформациях в зоне касания проводить не рекомендуется, так как в этом случае средние напряжения на контакте изменяются, а площадь касания не совпадает с площадью отпечатка. Таким образом, при одной и той же установке образцов можно пройти все интервалы интересующих экспериментатора нагрузок, идущих в порядке увеличения.

Для получения повторных испытаний при одинаковых нагрузках на тех же образцах необходимо закрепить плоский образец в образцедержатель, снять нормальную нагрузку, поднять верхний образцедержатель и застопорить его винтом. Снять оправку с шаровым индентором. Отпустить стопорные винты у верхнего образцедержателя и передвинуть образец на расстояние, зависящее от диаметра индентора и материала образца и определяемое по техническим условиям для испытаний на твердость по методу Бринелля [238]. После сдвига верхнего образца, убедившись, что он плотно прилегает по всей поверхности к образцедержателю, закрепляем верхний образец специальными винтами. Аналогичные операции проводим с нижним образцом. За установкой образцов в обычной последовательности следуют операции для подготовки прибора к эксперименту и проведения самого эксперимента.

Если площадь касания в испытаниях вычислять по величине диаметра отпечатка, то после проведения одного испытания необходимо передвигать образцы. При этом с целью создания идентичных условий для вдавливания необходимо сдвигать как верхний, так и нижний образцы. В экспериментах, где не требуется высокая точность, можно сдвигать один образец и последующий эксперимент проводить при более высоких нагрузках.

Так проводится пять — восемь измерений с использованием одних и тех же плоских образцов, после чего они снимаются с прибора для измерения диаметров отпечатков. При этом в процессе снятия нагрузки происходит упругое восстановление отпечатка. Однако, согласно исследованиям Тейбора [343, 344] и Хольма [219], упругое восстановление практически не изменяет диаметр отпечатка, если в зоне касания шарового индентора с плоскими образцами происходят пластические деформации и величина внедрения  $h/R > 0,02$ . Определение диаметра отпечатка после снятия нагрузки, при которой  $h/R > 0,02$ , непосредственным измерением на микроскопе и определение радиуса отпечатка по формуле  $d = 2 \sqrt{2Rh - h^2}$  с использованием величины внедрения  $h$ , измеренной под нагрузкой, показало, что найденные величины совпадают с точностью до 4%. Поэтому при пластических деформациях и величинах внедрения  $h/R > 0,02$  за диаметр отпечатка под нагрузкой принималось его значение, измеренное после снятия нагрузки.

Следует отметить, что из разобранных выше методов определения площади касания шара с плоскими образцами с помощью



измерения величины внедрения или диаметра отпечатка при упругом контакте оказывается применимым только метод определения площади касания с помощью измерения глубины внедрения.

Для проверки площадь касания в этом случае определяли также используя диаметр контакта. Для этого индентор покрывали тонким слоем сажи и по обычной методике нагружали контактирующие элементы нормальной нагрузкой. После нагружения производили разгрузку, оправку с индентором вынимали и измеряли диаметр участка на шаре, с которого была удалена сажа. Аналогичным способом определялся диаметр пятна при вращении. Оказалось, что диаметр отпечатка при вращении равен диаметру отпечатка в неподвижном состоянии. Следует отметить, что способ вычисления площади касания с помощью внедрения в данном случае удобен, однако показания индикатора необходимо делить на четыре, так как при данной величине внедрения касание происходит не по всему контуру, соответствующему данному внедрению, а только по части его.

Диаметр лунки, получаемой на плоских образцах, и диаметр отпечатка на шаровом инденторе измеряли на микроскопе с точностью до 0,005 мм в нескольких взаимно перпендикулярных направлениях, обычно в двух-трех.

Проведенные измерения показали, что отпечаток представляет собой сферический сегмент. Отсюда следуют выводы: 1) в процессе вращения шарового индентора не происходит его скольжения в направлении тянущей силы; 2) при вращении инденторов не происходит деформирования материала индентором, возникающего за счет отклонения последнего от правильной геометрической формы. Если бы деформирование происходило, то, так как сдвиг производился на угол 30°, возникающие при деформировании отклонения лунки по геометрическому очертанию от сферического сегмента фиксировались бы при измерении диаметра отпечатка. По описанной методике были выполнены эксперименты, результаты которых приводятся ниже.

#### **§ 4. Зависимость средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, от нормальной нагрузки и диаметра индентора**

У твердых тел вершины микронеровностей поверхности находятся на различной высоте от некоторой базовой плоскости. В результате этого в процессе контактирования при внешнем трении на отдельные контактирующие микронеровности действуют различные по величине нормальные нагрузки. Кроме того, радиусы неровностей изменяются при изменении шероховатости поверхностей. Поэтому необходимо установить, как будут изменяться средние касательные напряжения, во-первых, с изменением нормальной нагрузки, во-вторых, с изменением диаметра индентора при одном виде деформаций в зоне касания.

При исследовании данных зависимостей необходимо строго различать, какие деформации происходят в зоне касания шарового индентора при данной нормальной нагрузке, так как средние касательные напряжения зависят от нормальных напряжений, сжимающих данное соединение.

При упругих деформациях в зоне контакта нормальные напряжения будут являться функциями нормальной нагрузки и диаметра индентора, поэтому следует ожидать, что средние касательные напряжения будут изменяться в зависимости от диаметра индентора и величины действующей на индентор нормальной нагрузки.

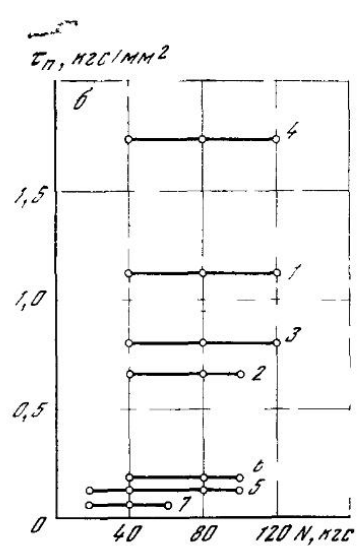
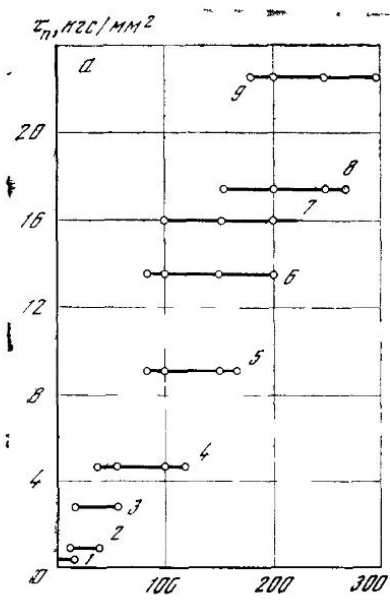
При пластическом контакте в статике и при скольжении шарового индентора средние напряжения на контакте практически постоянны [77]. Расчеты, приведенные в § 4 главы 3, показывают, что в этих условиях должна быть постоянна молекулярная составляющая коэффициента трения, а следовательно, и средние касательные напряжения в зонах фактического касания. Причем их величина не должна зависеть от радиуса микронеровности и действующей на нее силы. В настоящем параграфе проанализируем, как изменяются средние касательные напряжения в зависимости от нормальной нагрузки и диаметра индентора при условии пластической деформации в зоне касания.

Зависимости  $\tau_n = \psi(N)$  и  $\tau_n = \theta(N)$  исследовались на примере единичного шарового индентора на установке, описанной выше [170]. Величина  $\tau_n$  определялась при контактировании шаровых инденторов, изготовленных из стали ШХ-15, с различными металлами и пластмассами.

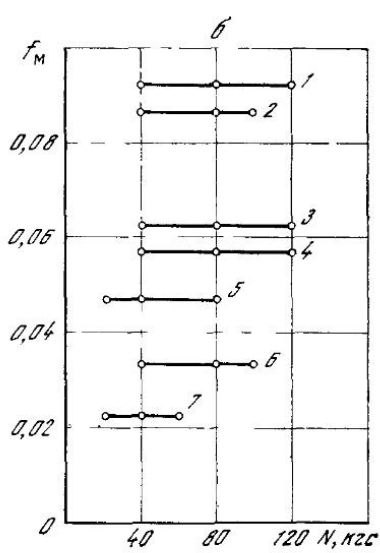
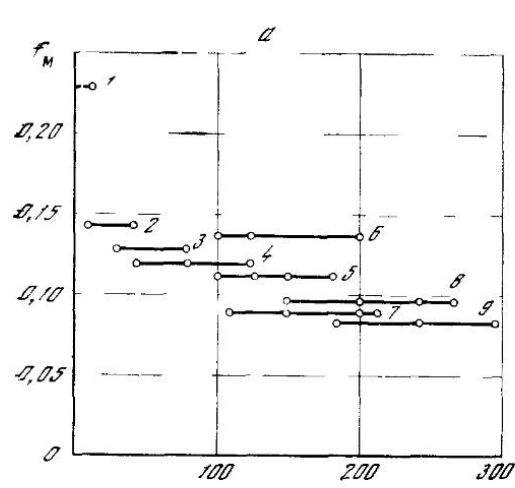
Нормальная нагрузка для каждого материала плоских образцов выбиралась исходя из его физико-механических свойств и диаметра индентора с таким учетом, чтобы в зоне касания обеспечивались пластические деформации.

Перед проведением экспериментов по выявлению зависимости  $\tau_n$  и  $f_m$  от  $N$  и диаметра индентора были проведены испытания с целью определения изменения площади касания в статике при вращении. Было установлено, что диаметр отпечатка в статике равен при всех прочих равных условиях диаметру отпечатка при вращении, что позволяет сделать заключение, что площадь касания в статике и при вращении остается неизменной. Так как нормальная нагрузка при проведении эксперимента остается неизменной, то, следовательно, средние нормальные напряжения в статике и при вращении равны.

Результаты исследования зависимости средних касательных напряжений на контакте от нормальной нагрузки при пластическом контакте для пар сталь — металл приведены на рис. 59, а. Сплошной линией соединены средние арифметические значения  $\tau_n$ , определенные при некоторой постоянной нагрузке. Каждое среднее значение определялось по результатам пяти — семи точек. Из рис. 59, а, видно, что при изменении нормальных нагрузок при пластическом контакте, при которых соблюдается внеш-



**Рис. 59.** Зависимость средних касательных напряжений от нагрузки  
 а: 1 — индий; 2 — свинец; 3 — алюминий; 4 — медь; 5 — тантал; 6 — хром; 7 — титан; 8 — молибден; 9 — вольфрам  
 б: 1 — винилпласт; 2 — полиакраамид; 3 — напролон; 4 — фенилон; 5 — полиэтилен высокого давления; 6 — полиэтилен низкого давления; 7 — фторопласт



**Рис. 60** (обозначения те же, что на рис. 59, а и б)

нее трение, средние касательные напряжения на контакте пары металл — металл на срез остаются неизменными. Результаты определения средних касательных напряжений для пары пластмасса — металл приведены на рис. 59, б. Испытания показали, что для пластмасс так же, как и для металлов, средние нормальные напряжения на контакте в статике и при вращении равны. Средние касательные напряжения при нагрузках, приводящих к пластическому контакту, также не зависят от нормальной нагрузки (см. рис. 59, б). Сплошная линия на графике проведена по средним значениям  $\tau_n$ , полученным на основании результатов пяти — шести измерений. Значения  $\tau_n$ , определенные на приборе ОТ-1 для других видов пластмасс, приведены в табл. 6.

Воспроизводимость результатов на приборе ОТ-1 достаточно высока и составляет 8—9%. Таким образом, на основании проведенных экспериментов можно утверждать, что для некоторой пары материалов при неизменных нормальных напряжениях на контакте средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями, остаются постоянными для данных условий и не зависят от величины нормальной нагрузки, приложенной к индентору. При трении твердых тел в зоне пластического контакта можно считать, что у каждой индивидуальной неровности средние касательные напряжения неизменны.

В диапазоне используемых нагрузок являются неизменными средние нормальные и касательные напряжения, поэтому неизменной будет и молекулярная составляющая коэффициента трения  $f_m = \tau_n / p_r$ .

На рис. 60 приведены зависимости молекулярной составляющей коэффициента трения от нормальной нагрузки, действующей на индентор для пар металл — металл (рис. 60, а) и металл — пластмасса (рис. 60, б). Как и следовало ожидать, для этих пар  $f_m$  остается неизменной при изменении нагрузки, что показывает соответствие результатов расчета (см. § 4 в главе 3) и эксперимента.

Каждая точка, приведенная на рис. 60, а, б, соответствует значению молекулярной составляющей коэффициента трения, вычисленной из эксперимента. Линией соединены средние арифметические значения, определенные по данным пяти — шести измерений.

Следует отметить, что средние касательные напряжения при изменении нагрузок остаются постоянными в тех случаях, когда в экспериментах используется индентор, имеющий весьма гладкую поверхность, т. е. когда касательные напряжения по существу обусловлены межмолекулярными взаимодействиями. Если поверхность индентора шероховатая, то условные касательные напряжения при увеличении нагрузки возрастают, что отчетливо видно на рис. 61, на котором показаны результаты экспериментов, полученных при использовании инденторов с шероховатой поверхностью.

Кривые 2—4 проведены через экспериментальные точки, полученные с инденторами, поверхности которых были обработаны соответственно с  $R_a = 0,1, 0,40$  и  $1,25$  мкм. Из рис. 61 следует, что чем грубее поверхность индентора, тем значительнее зависимость коэффициента трения от нагрузки. Прямая 1 проведена через экспериментальные точки, полученные с индентором, поверхность которого обработана по 12-му классу чистоты. Видно, что в этом случае деформационная составляющая пренебрежимо мала, поэтому  $\tau_n$  не зависит от нагрузки.

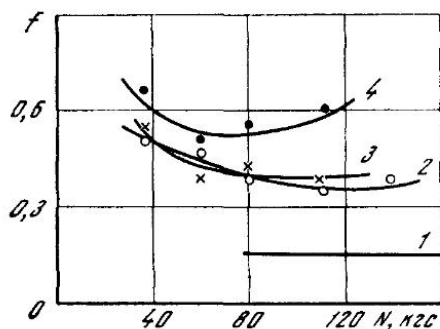


Рис. 61

Методика проведения экспериментов была идентичной методике проведения экспериментов с инденторами, имеющими гладкую поверхность. Образцы, используемые в испытаниях, были одинаковыми для инденторов, имеющих как гладкую, так и шероховатую поверхность. Для нанесения шероховатости на поверхность использовалась шкурка. В данных испытаниях характерно то, что поверхность материала в лунке шероховатая, в то время как для инденторов с гладкой поверхностью она гладкая. На рис. 62 показана профилограмма, снятая с полированной поверхности плоского образца перед испытанием (кривая 1) и в лунке после испытания (кривая 2). Из приведенной профилограммы видно, что в результате испытания на образце возникает шероховатость почти одинаковая с шероховатостью поверхности шара. Если в экспериментах использовался индентор, поверхность которого имела шероховатость ( $R_z = 3,2$  мкм), то и в лунке получаем приблизительно такую же шероховатость. Возрастание величины средних касательных напряжений при увеличении нагрузки, имеющее место при использовании инденторов с шероховатой поверхностью, обуславливается деформированием поверхности материала плоских образцов в лунке микронеровностями поверхности индентора. Если исключить это деформирование, то средние касательные напряжения совпадают с касательными напряжениями, обусловленными межмолекулярными взаимодействиями при пластическом контакте, и должны быть постоянны при изменении нагрузки, что мы и имеем в эксперименте. Таким образом, это еще раз является до-

казательством того, что на приборе ОТ при использовании инденторов с гладкими поверхностями получаем средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями на границе раздела твердых тел.

При оценке влияния диаметра индентора на средние касательные напряжения на контакте были выбраны шары с диаметром 4, 6, 8, 10 и 12,7 мм. Нормальная нагрузка выбиралась такой, чтобы в зоне касания наблюдались пластические деформации. Сначала

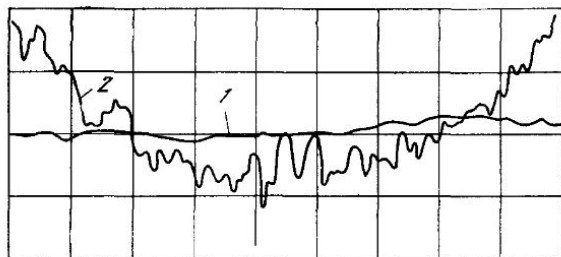


Рис. 62

(вертикальное увел. 400,  
горизонтальное 100)

было проверено, как изменяются средние нормальные напряжения при одной и той же нагрузке для одного и того же материала при изменении диаметра индентора. Испытания были проведены для ряда значений нормальных нагрузок. Для некоторых нагрузок приходилось работать только с диаметром 8, 10, 12,7 мм, так как для меньших диаметров применяемые нормальные нагрузки приводили к большим величинам внедрения. Было установлено, что при пластическом контакте при используемых выше нагрузках средние нормальные напряжения оставались неизменными.

Поэтому можно ожидать, что и средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями на границе раздела, будут также оставаться неизменными. Проведенные с металлами (рис. 63, а) и с пластмассами (рис. 63, б) эксперименты подтвердили данное предположение. На рис. 63 сплошными линиями соединены средние значения результатов определения средних касательных напряжений, вычисленные на основании пяти — шести измерений. Точки показаны значения  $\tau_n$ , определенные в результате отдельных экспериментов. Воспроизводимость результатов была удовлетворительной и составляла для металлов 8—9%, для пластмасс 5—10%. Таким образом, при изменении диаметра индентора (применительно к трению шероховатых поверхностей твердых тел — радиуса микронеровности) и при пластических деформациях в зоне касания средние касательные напряжения на контакте остаются неизменными.

Если средние касательные напряжения и средние нормальные напряжения неизменны при различных диаметрах инденторов, то, очевидно, будут неизменными для данных материалов и условий работы значения молекулярной составляющей коэффициента трения.

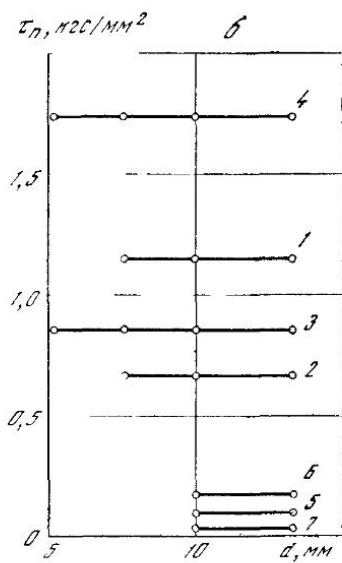
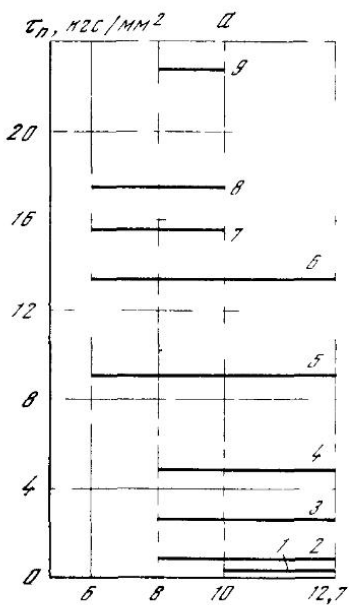


Рис. 63

(обозначения те же, что на рис. 59, а и б)

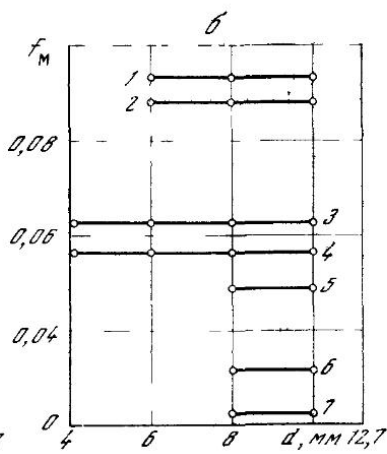
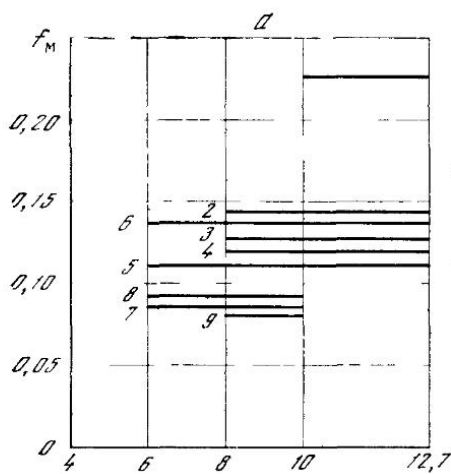


Рис. 64

Непосредственные эксперименты показали, что при пластических деформациях в зоне касания величина молекулярной составляющей коэффициента трения остается неизменной (рис. 64) для различных диаметров инденторов. На рис. 64 приведены значения, получаемые в каждом отдельном эксперименте, сплошная линия проведена по средним арифметическим значениям  $f_m$ , вычисленным по результатам пяти — шести измерений. Из рис. 64 видно, что как для металлов, так и для пластмасс молекулярная составляющая коэффициента трения не зависит от диаметра индентора, что является подтверждением расчетов, выполненных в § 4 главы 3. Аналогичные результаты получены и для пластмасс.

Таким образом, при постоянных средних нормальных напряжениях на контакте для данных материалов и неизменных условиях работы средние касательные напряжения и молекулярная составляющая коэффициента трения неизменны и не зависят от нормальной нагрузки и диаметра индентора (радиуса микронеровностей).

### **§ 5. Влияние нормального давления на средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями**

Ранее было установлено, что при неизменных нормальных напряжениях на контакте средние касательные напряжения являются также постоянной величиной. В общем случае [108] они являются функцией нормальных напряжений, однако до сих пор не было непосредственной экспериментальной проверки данного предположения.

Зависимость  $\tau_n$  от нормальных напряжений имеет вид бинома, причем один член этого бинома не зависит от нормальных напряжений. Данная зависимость (см. уравнение (3.24)) была предложена для внешнего трения И. В. Крагельским [108]. Было показано, что при срезе металлов в случае наличия нормального давления [261] наблюдается аналогичная зависимость. Из экспериментальных данных Бриджмена [261] И. В. Крагельским были определены константы  $\tau_0$  и  $\beta$  для среза. Естественно предположить, что при внешнем трении величины  $\tau_0$  и  $\beta$  будут отличаться от  $\tau_0$  и  $\beta$ , найденных И. В. Крагельским, так как при внешнем трении происходит не срезание металлов при наличии нормальных напряжений, а срезание связей, возникающих в результате молекулярного взаимодействия между пленками, покрывающими трущиеся тела. Причем срезание происходит только в зонах фактического касания.

Для экспериментального исследования влияния нормальных напряжений на касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями на границе раздела, необходимо [111], чтобы при контактировании некоторой пары (например, сталь ШХ-15 — медь) в одинаковых условиях, имелась возможность изменять средние нормальные напряжения на контакте



и имелась (для контроля) возможность при постоянных средних нормальных напряжениях оценить зависимость  $\tau_n$  от нормальной нагрузки и диаметра индентора.

Данным требованиям эксперимента будут отвечать испытания, в которых твердый шар, изготовленный из некоторого материала, вдавливается, образуя пластические деформации в зоне касания, в плоскую поверхность образцов различной твердости, покрытую тонкой пленкой металла или другого материала. При этом, используя один материал подложки, сохраняем в пределах применяемых нагрузок постоянными средние нормальные напряжения на контакте, что важно при оценке зависимости  $\tau_n = \theta(N)$ . Если нанести одно и то же покрытие на подложки различной твердости, то можно изменить средние нормальные напряжения, переходя от одной подложки к другой, сохраняя при этом контакт одних материалов покрытия и шара и имея возможность получать средние нормальные напряжения для одной подложки неизменными.

В опытах использовался шаровой индентор диаметром 10 мм. Плоские образцы изготовлялись двух типов, различающихся по способу нанесения покрытия на их рабочие поверхности. Толщина покрытий выбиралась с учетом исключения влияния на средние нормальные напряжения объемных физико-механических свойств покрытия. Перед нанесением покрытия плоские образцы полировали или, если они были из мягкого металла, обрабатывали бархатным напильником для того, чтобы сохранить неповрежденной фольгу или гальваническое покрытие во время экспериментов. Для покрытия применяли, как правило, металлы — медь, никель, титан, молибден, серебро и золото. Плоские образцы изготовлялись из свинца, кадмия, алюминия, меди, стали, никеля, вольфрама, молибдена, стали ШХ-15.

Эксперименты проводились по методике, описанной в § 4. Необходимые для расчета величины диаметров отпечатков определялись измерением на микроскопе МИИ-1. При использовании очень твердой подложки и мягкого достаточно толстого покрытия наблюдалось выдавливание покрытия (фольги) с образованием навалов у индентора. В этом случае за диаметр отпечатка принимался диаметр отпечатка, имеющего блестящую поверхность. У гальванических покрытий вдавливания не отмечалось.

Для выявления изменения средних касательных напряжений в зависимости от нормальной нагрузки сначала проводились эксперименты по изучению влияния пленки, нанесенной на одно и то же основание, на зависимость  $\tau_n$  от нагрузки при пластических деформациях в зоне касания. Проведенные эксперименты показали, что средние нормальные напряжения на контакте остаются практически неизменными и равными твердости по Бринелю материала подложки. Величина средних касательных напряжений также постоянна. Следовательно, для одного вида покрытия, нанесенного на некоторую подложку, величина средних касательных напряжений и молекулярная составляющая коэффициента трения

при пластическом контакте не зависят от нормальной нагрузки, действующей на индентор.

Следующим этапом испытаний было определение средних касательных напряжений для данного вида покрытия, нанесенного на подложки, изготовленные из металлов различной твердости. Средние нормальные напряжения для каждого материала обусловлены физико-механическими свойствами подложки и оставались

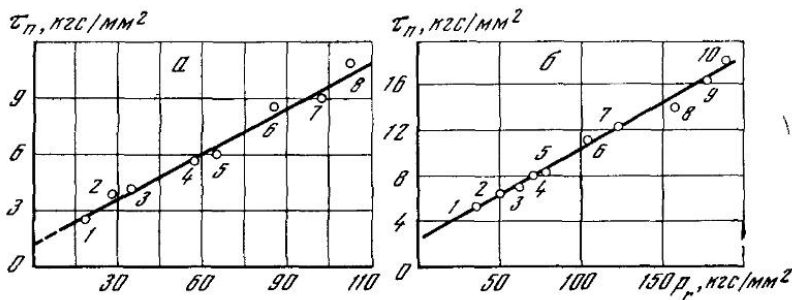


Рис. 65. Зависимость средних касательных напряжений от нормальных напряжений

а — покрытие из Cu толщиной 50  $\mu\text{m}$  нанесено на поверхности образцов из: 1 — Cd; 2 — Al; 3 — Mg; 4 — Cu; 5 — Ta; 6 — армо-железа; 7, 8 — стали;

б — покрытие из Ag толщиной 7  $\mu\text{m}$  нанесено на поверхности образцов из 1 — Cd; 2, 4 — Al; 3, 6 — Cu; 5 — армо-железа; 7, 9 — стали; 8 — Co; 10 — Ni

постоянными при изменении нормальной нагрузки, величина средних касательных напряжений обуславливалась физико-механическими свойствами пленки. В процессе испытаний было установлено, что для одного и того же покрытия средние касательные напряжения тем больше, чем больше величина средних нормальных напряжений на контакте, т. е. чем больше твердость материала подложки. Используя полученные значения средних касательных напряжений, построили график изменения  $\tau_n$  в зависимости от изменения средних нормальных напряжений на контакте  $p_r$ .

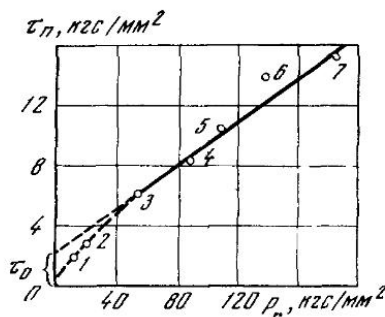
Типичные зависимости  $\tau_n = \psi(p_r)$  приведены на рис. 65 для покрытий из тантала, серебра, меди, никеля, молибдена и других материалов, нанесенных на подложки, изготовленные из различных материалов. Испытания проводились при нагрузках, равных 10—500 кгс. Нагрузка выбиралась исходя из того, чтобы для самого твердого материала подложки при данной нагрузке и диаметре индентора наблюдалась пластическая деформация подложки в зоне касания. На рис. 65 отдельные точки изображают результаты экспериментов, проведенных с данным покрытием, нанесенным на различные подложки при определенной нагрузке  $N$ . Величины  $\tau_n$ , определенные при различных нагрузках на постоянной подложке, неизменны, если наблюдаются пластические деформации в зоне касания. Сплошные линии на рис. 65 проведены через

средние арифметические значения величин  $\tau_n$ , определенных для данного материала покрытия, нанесенного на различные подложки. Средняя арифметическая величина касательных напряжений вычислялась по результатам восьми — десяти измерений. Разброс значений составлял около 9%. Тщательный выбор шаровых инденторов и идентичность условий экспериментов обеспечили достаточную воспроизводимость экспериментальных результатов.

Рис. 66. Зависимость средних касательных напряжений от нормальных напряжений на контакте

Фольга из никеля нанесена на.

- 1 — кадмий;
- 2 — магний;
- 3 — алюминий;
- 4 — армяно-железо;
- 5, 6 — сталь; 7 — никель



Из рис. 65 ясно видно, что средние касательные напряжения изменяются при увеличении нормального давления на контакте по биномиальному закону, следуя уравнению (3.24). Величину  $\tau_0$  можно определить, экстраполируя  $\tau_n = \psi(p_r)$  к значениям  $p_r \rightarrow 0$ . Коэффициент  $\beta$  равен тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс. Таким образом, экспериментально доказано, что средние касательные напряжения являются функцией нормального давления на контакте. Обычно на воздухе для металлов  $\tau_0 = 0,035 \div 0,29 \text{ кгс/мм}^2$ , коэффициент  $\beta = 0,057 \div 0,089$ . Аналогичные данные можно получить для пластмасс, нанося последние в виде пленок на поверхность металлов. Из проведенных экспериментов следует, что коэффициент  $\beta$  слабо изменяется при изменении физико-механических свойств металлов, в то время как  $\tau_0$  значительно зависит от них.

Следует отметить, что величина средних касательных напряжений, определенная для некоторого материала, нанесенного на подложку, твердость материала которой совпадает по численному значению с твердостью материала пленки в объеме, равна средним касательным напряжениям для плоских образцов, сделанных из материала пленки. Так, например, если на прямую  $\tau_n = \tau_0 + \beta p_r$ , построенную по данным испытаний медной пленки на разных подложках, нанести значение  $\tau_n$  (см. рис. 65) для образцов, изготовленных из того же сорта меди, что и пленки, то значения  $\tau_0$  и  $\beta$  пленки и целого образца совпадут.

В экспериментах иногда наблюдалась (рис. 66) зависимость, отличающаяся от приведенных на рис. 65 зависимостей. Если пленка изготовлена из гораздо более твердого материала, чем подложка, то при средних нормальных напряжениях, равных твер-

дости более мягкого материала подложки, значения  $\tau_0$  гораздо меньше, чем они должны быть согласно уравнению (3.24). Например (см. рис. 66), для фольги из никеля, закрепленной на поверхности плоского образца, изготовленного из кадмия и магния, следовало бы получить величину  $\tau_0 = 2,5 \text{ кгс/мм}^2$ , на самом деле  $\tau_0 = 0,5 \text{ кгс/мм}^2$ , т. е. несколько ниже ожидаемой величины (см. рис. 66). Как показали исследования, заниженное значение  $\tau_0$  получается в этом случае потому, что при вдавливании фольга

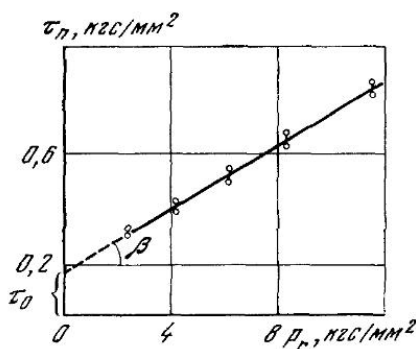


Рис. 67

практически не сжимается, а втягивается в зону деформации, образуя морщины. При этом площадь касания индентора с деформируемым материалом уменьшается, следовательно, сила, необходимая для вращения, уменьшается, а так как при определении полагают, что геометрическая площадь отпечатка равна фактической площади касания, то естественно, что значения  $\tau_0$  получаются несколько ниже обычных. Из полученных результатов следует вывод: при определении  $\tau_0$  и  $\beta$  с помощью покрытий (фольг) необходимо, чтобы твердость фольги была сопоставима или меньше твердости основы, на которой закрепляется фольга. Надо отметить, что с тонкими гальваническими покрытиями подобных результатов не получено. Очевидно для гальванических покрытий более прочное сцепление покрытия с основой мешает развитию складкообразования в зоне касания.

Аналогично приведенным выше соотношениям между средними касательными напряжениями и нормальными напряжениями в зоне касания были получены соотношения при упругой деформации в зоне касания индентор — плоские образцы. Материалами плоских образцов служили различного вида пластмассы и резины. Типичная зависимость  $\tau_n$  от  $p_r$  приведена для винипласта на рис. 67. Видно, что соотношение между  $\tau_n$  и  $p_r$  и в этом случае соответствует уравнению (3.24). Величины  $\tau_n$  и  $p_r$  не зависят для материалов данной трущейся пары от диаметра индентора. Таким образом, можно считать, что в зоне каждой индивидуальной микронеровности величины  $\tau_0$  и  $\beta$  неизменны.

На рис. 67 сплошной линией соединены средние арифметические значения величин  $\tau_n$ , вычисленные по результатам пяти — семи измерений, определенных при некоторых постоянных значениях величин нормальной нагрузки. Интервал между точками показывает разброс. Эксперименты проводились по методике, разработанной для упругого контакта (см. § 4). Воспроизводимость результатов удовлетворительная. Таким образом, выполненные эксперименты позволяют считать, что средние касательные напряжения зависят от сжимающих нормальных напряжений и данная зависимость удовлетворительно описывается уравнением (3.24).

### § 6. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от относительной глубины внедрения, нормальной нагрузки и твердости более мягкого материала трущейся пары

В настоящее время имеется много экспериментальных данных по определению коэффициентов трения, позволяющих сравнивать их с расчетными значениями.

Сначала установим, как изменяется коэффициент внешнего трения в зависимости от величины внедрения единичного индентора. Для этой цели будем использовать те данные, в которых глубина внедрения измерялась экспериментально.

Расчетные формулы для коэффициента трения в случае движения жесткого шарового индентора по пластически деформируемому полупространству сравнивались с экспериментальными данными, полученными Г. Е. Лазаревым в лаборатории теории трения и износа Института машиноведения. Эксперименты проводились на установке ГП, принципиальная схема которой приведена на рис. 68. ГП представляет ползун, который может передвигаться по салазкам 5, закрепленным на станине 19.

В ползуне 9 имеется устройство 7 для закрепления нижнего образца 8, который в условиях эксперимента имел форму прямоугольной полированной пластины. Верхний образец 13 в форме шара закрепляется внизу в державке 12, расположенной на левом конце тяги 14. Сверху на державке закрепляется площадочка 11 для грузов. Нагрузка на образцы прилагается с помощью грузиков. Для того чтобы исключить погрешность при нагружении от веса тяги, перед экспериментом применялась балансировка последней грузами 16. На правом конце тяги имеется призма 15, которой она опирается на гребенку 17, закрепленную на пластине 18, служащей одновременно для замера силы трения. Пластина 18 закрепляется в кронштейне 20, жестко соединенном со станиной, которая служит для крепления всех частей прибора. Движение ползуна 9 осуществляется от электромотора 1 постоянного тока с помощью муфты 3, червячной передачи 4, ходового винта 6, на котором закреплено колесо червячной передачи, и гайки 10, жест-

ко соединенной с ползуном. Скорость движения ползуна может изменяться плавно за счет изменения числа оборотов двигателя с помощью реостата 2. Сила трения измерялась по величине прогиба пластинчатой пружины 18 с помощью наклеенных на нее тензодатчиков 21. Сигналы датчиков усиливались усилителем 22 и записывались осциллографом (на схеме не показан) на движущуюся фотобумагу.

Скорость движения ползуна выбиралась такая, чтобы можно было пренебречь изменением температуры в зоне контакта во время скольжения.

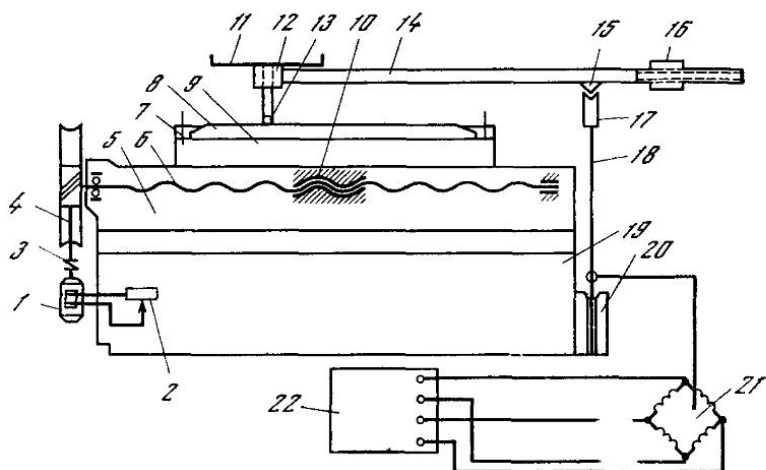


Рис. 68

Был изучен контакт единичного индентора сферического очертания с гладкими полированными пластинами, изготовленными из меди (точки 1), стали 3 (точки 2) и армо-железа (точки □, рис. 69). Сферические инденторы изготовлялись из алмаза (рис. 69, а) и инструментальной стали (рис. 69, б). Радиусы сфер равнялись 0,8 мм для образцов из инструментальной стали и 0,13 мм для образца из алмаза. Твердость инденторов была много больше твердости плоских образцов, поэтому деформацией инденторов под нагрузкой пренебрегали.

Перед проведением эксперимента образцы тщательно промывались спиртом и четыреххлористым углеродом, после чего покрывались слоем активированного угля и выдерживались определенное время.

Глубина царапин измерялась с большой точностью на профилографе Калибр-ВЭИ. Таким образом, оказалось возможным построить экспериментальную зависимость коэффициента трения от глубины внедрения. Результаты экспериментов приведены на рис. 69.

Точками обозначены экспериментальные данные, сплошной линией — теоретическая зависимость коэффициента трения от относительной глубины внедрения. Из графика видно, что результат эксперимента дает удовлетворительное совпадение с результатом расчетов, выполненным по формуле (3.33). Расчетная кривая построена при постоянной молекулярной составляющей коэффициента трения. Величины  $f_m$  определялись вычитанием из общего коэффициента трения величины деформационной составляющей.

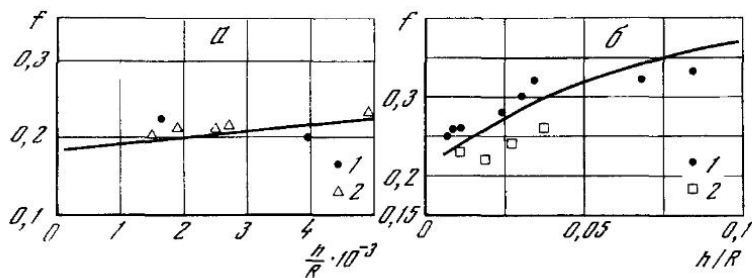


Рис. 69

Так как величина молекулярной составляющей коэффициента трения при различных нагрузках остается практически неизменной, то при расчетах она принималась постоянной. Отклонения отдельных экспериментальных значений от теоретических объясняются тем, что теоретическая зависимость коэффициента трения от величины внедрения построена при некотором постоянном значении молекулярной составляющей коэффициента трения. В действительности для каждого материала характерна своя молекулярная составляющая, что и вызывает несовпадение экспериментальных и теоретических значений коэффициента трения.

Приведенный график полностью подтверждает предположение, выдвинутое И. В. Крагельским, что одинаковой величине относительного внедрения, при всех прочих равных условиях, соответствует одинаковый коэффициент трения. Указанный график также подтверждает теоретические предположения о том, что коэффициент трения возрастает с увеличением относительного внедрения, причем характер изменения коэффициента трения не зависит от радиуса шара в условиях эксперимента. Следовательно, критерием оценки коэффициента трения при одинаковых средних касательных напряжениях служит глубина внедрения, отнесенная к радиусу сферической неровности. Так как коэффициент трения исследовался при небольших относительных величинах внедрения, которые меньше или равны величинам относительного внедрения при трении реальных тел, то станет очевидно, что объемной составляющей коэффициента трения при работе реальных узлов пренебречь нельзя, иначе возникает качественное противоречие между экспериментами и теорией

При исследовании зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки необходимо строго различать, какие деформации происходят в зоне касания при примененной нагрузке. В данном параграфе рассмотрим, как будет изменяться в зависимости от нормальной нагрузки коэффициент трения единичного индентора при пластических деформациях в зоне касания. В этом случае, как следует из (3.23), коэффициент трения равен

$$f = \frac{\tau_n}{HB} + \frac{0,31}{R} \sqrt{\frac{N}{HB}},$$

где  $R$  — радиус индентора;  $N$  — нормальная нагрузка.

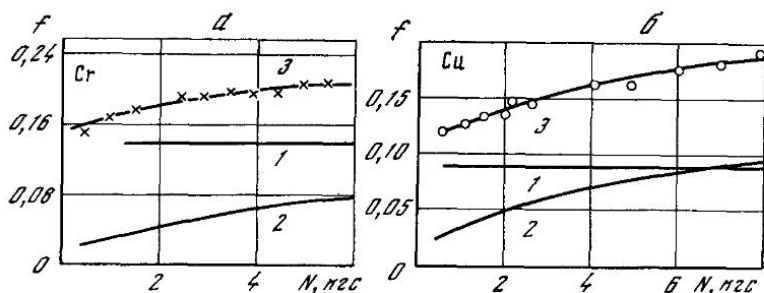


Рис. 70

Экспериментальное изучение зависимости коэффициента трения от нагрузки можно разделить на три этапа: 1) определение молекулярной составляющей при нагрузках, обеспечивающих пластические деформации в зоне касания; 2) изучение зависимости коэффициента трения при пластическом контакте от нагрузки на примере шарового индентора, скользящего по плоским образцам; 3) вычисление коэффициентов трения на основании определенной молекулярной составляющей коэффициента трения и расчета деформационной составляющей коэффициента трения, а также сравнение полученных результатов с экспериментами.

Были проведены эксперименты, в которых молекулярная составляющая определялась на одношариковом тангезиометре ОТ-1, а общие коэффициенты трения определялись с помощью установки ГП.

При определении молекулярной составляющей коэффициента трения диаметр шарового индентора, изготовленного из стали ШХ-15, был равен 10  $\text{мм}$ . Плоские образцы изготовлялись из технически чистых металлов — молибдена, хрома, никеля, титана, висмута, тантала, меди, алюминия, кадмия, олова, свинца, а также из сплавов. Из рис. 70 видно, что молекулярная составляющая от нормальной нагрузки не зависела. Эксперименты проводились по методике, описанной выше. Каждая прямая получалась на осно-



вании 25—30 измерений. Аналогичные данные получены для других материалов.

Эксперименты по определению коэффициента внешнего трения при различных нагрузках были выполнены на установке ГП, описание которой дано выше. Установка ГП отличалась от такой же установки, используемой Г. Е. Лазаревым, тем, что для привода применялся гидроцилиндр с поршнем. При проведении экспериментов использовался индентор диаметром 2 мм. Чтобы соблюсти идентичность условий, шаровой индентор был изготовлен из того же материала (сталь ШХ-15), что и индентор, используемый при определении молекулярной составляющей коэффициента трения.

Плоские образцы перед испытаниями полировались, если их твердость превышала  $HV = 30 \text{ кгс/мм}^2$ , если твердость была меньше, то поверхность образцов обрабатывалась бархатным напильником. Как показали исследования поверхности в лунке, образованной индентором, у мягких образцов происходит смятие микронеровностей под нагрузкой. Профилограммы, снятые с поверхности следа трения, также показывают, что на поверхности следа отсутствуют микронеровности, имеющиеся на ней до прохождения индентора. Можно отметить, что как при определении молекулярной составляющей коэффициента трения, так и при определении общего коэффициента трения микротопография поверхностей лунки и следа трения является как бы негативным отпечатком микротопографии соответствующих участков поверхностей инденторов. Очистка поверхностей была такой же, как и в экспериментах по определению молекулярной составляющей коэффициента трения. Она состояла из последовательной промывки рабочих поверхностей плоских образцов и индентора четыреххлористым углеродом и спиртом. Затем образцы очищались активированным углем.

Нагружение образцов перед экспериментом осуществлялось плавно, чтобы исключить возможное искажение от динамических нагрузок. Используемые скорости скольжения не приводили к изменению температуры в зоне касания твердых тел. Для создания идентичных условий проведения экспериментов испытания по определению коэффициента трения проводились на тех же образцах, которые использовались для определения молекулярной составляющей коэффициента трения. Испытания проводились сразу после определения молекулярной составляющей коэффициента трения, что практически исключало изменение окружающей среды.

Результаты испытаний для ряда технически чистых металлов приведены на рис. 70. На графиках горизонтальная линия 1—молекулярная составляющая коэффициента трения, кривая 2 означает теоретическую зависимость деформационной составляющей коэффициента трения, вычисляемую по формуле (3.23), кривая 3 означает расчетную зависимость общего коэффициента трения от нормальной нагрузки, отдельные точки — результаты экспериментов, выполненных при различных нагрузках. Всего проведено

1000 экспериментов при различных нагрузках. Расчетные значения коэффициента внешнего трения (кривая 3) получались сложением молекулярной составляющей коэффициента трения, определенной на приборе ОТ-1, с деформационной составляющей, определяемой расчетным путем. Каждая экспериментальная точка является средним арифметическим результатом девяти — десяти измерений, выполненных при одной нагрузке. Воспроизводимость результатов была удовлетворительной и разброс составлял  $\pm 5\%$ . Диапазон используемых нагрузок охватывал зону пластического контакта. Нагрузка изменялась ( $50 \text{ гс} < N \leq 5000 \text{ гс}$ ) от величин, определяемых уравнением (3.38), и до значений, приводящих к нарушению внешнего трения, определяемого соотношением (3.4).

Из приведенных графиков видно, что расчетная зависимость удовлетворительно описывает результаты экспериментов. Расхождение для всех используемых металлов не составляет более  $7\%$ . Некоторое отклонение экспериментальных величин от расчетных было получено для свинца в зоне нагрузок свыше  $1,5 \text{ кгс}$ , вызванное тем, что при данных нагрузках нарушается внешнее трение и материал пластины отделяется в стружку.

Удовлетворительное совпадение расчета с экспериментами позволяет сделать следующие выводы:

1) величина молекулярной составляющей коэффициента трения, определяемая на установке ОТ-1, полностью совпадает с молекулярной составляющей коэффициента трения, наблюдающейся при скольжении индентора, т. е. средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями, соответствуют средним касательным напряжениям, имеющим место при трении твердых тел;

2) так как средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями, зависят от величин, действующих на контакте нормальных напряжений, а величины  $\tau_n$ , найденные на приборе ОТ-1, и при скольжении равны, то средние нормальные напряжения на контакте в процессе скольжения  $p_{r \text{ ск}}$  равны средним нормальным напряжениям в процессе верчения  $p_{r \text{ в}}$ . Выше отмечалось, что  $p_{r \text{ в}} = p_{r \text{ ст}}$ , где  $p_{r \text{ ст}}$  — средние нормальные напряжения в статике. Следовательно, средние нормальные напряжения при скольжении равны средним нормальным напряжениям в статике  $p_{r \text{ ст}} = p_{r \text{ ск}}$ . Аналогичные данные получены Бартоном и Расселом [263];

3) молекулярная составляющая коэффициента трения  $f_m = \tau_n A'_r / p_r A_r$ , где  $A'_r$  — площадь, на которой действуют межмолекулярные силы;  $A_r$  — площадь, на которой реализуется нормальная нагрузка. При скольжении  $A'_r = A_r$ . Так как молекулярная составляющая  $f_{m \text{ ск}} = f_{m \text{ в}}$  и  $p_{r \text{ ск}} = p_{r \text{ в}} = p_{r \text{ ст}}$ , то следует, что площадь фактического касания при скольжении индентора в случае внедрения равна площади касания в неподвижном состоянии. Таким образом, высказанная несколько лет назад гипотеза [98, 166] подтверждена экспериментально;

4) при выводе формулы зависимости коэффициента внешнего трения от нормальной нагрузки использовалось соотношение  $h = N/\pi RHB$ , полученное совпадение расчетных и экспериментальных данных позволяет считать, что оно справедливо при внешнем трении;

5) полученные расчетные формулы применимы только в зоне внешнего трения.

Расчеты, выполненные по формуле (3.23), сравнивались не только с экспериментами, проведенными совместно с К. С. Ляпиным, но также с экспериментами других исследователей.

На рис. 71 приведены экспериментальные данные Спурра [340], выражающие зависимость коэффициента трения от нагрузки. Данные Спурра изображены точками, теоретическая зависимость, полученная нами, обозначена сплошной линией. Эксперименты проводились Спурром на специальной установке при скольжении полусферы диаметром 12,7 мм по плоскости. Поверхность плоского образца тщательно полировалась и очищалась, как и полусферический ползун, перед каждым экспериментом. Испытания проводились на бронзах (точки 1) разных твердостей, меди (точки 2) и алюминии (точки 3) при нагрузках от 50 до 600 кгс. Твердость полусферы была значительно выше твердости плоских образцов и составляла 1000 кгс/мм<sup>2</sup>. Молекулярная (по терминологии Спурра адгезионная) составляющая коэффициента трения определялась вычитанием деформационной составляющей из общего коэффициента трения при некоторой нагрузке. В дальнейшем она принималась неизменной. Из графика, приведенного на рис. 71, следует, что коэффициент трения с увеличением нагрузки возрастает, причем экспериментальные данные удовлетворительно совпадают с теоретической зависимостью.

На рис. 72 приведены графики (данные Г. Е. Лазарева) изменения коэффициента трения от нагрузки для различных радиусов единичных инденторов из алмаза (рис. 72, а) и инструментальной стали (рис. 72, б), скользящих по полированным плоским поверхностям образцов из меди (точки 1), стали 3 (точки 2) и армко-железа (точки 3). Как следует из рис. 72, коэффициент трения в этом случае также возрастает в зависимости от нагрузки. Молекулярная составляющая коэффициента трения, определяемая экспериментально вычитанием из общего коэффициента трения деформированной составляющей, практически от нагрузки не зависит и при расчетах принималась постоянной. Расчеты коэффициента трения, выполненные при условии постоянства его молекулярной составляющей, дали хорошее совпадение с экспериментом. При увеличении нормальной нагрузки для единичного индентора получено возрастание коэффициента внешнего трения также и в работах [19, 341 и др.]. Таким образом, при увеличении радиуса индентора в 10<sup>3</sup> раз и нормальной нагрузки в 300 раз коэффициент внешнего трения при пластических деформациях в зоне касания возрастает, подчиняясь уравнению (3.33). Границы применимости формулы

(3.33) определяются в зависимости от интенсивности межмолекулярных взаимодействий на границе раздела и величины внедрения (величины приложенной нагрузки и механических свойств трущихся тел) соотношением (3.4).

Знание зависимости коэффициента внешнего трения покоя от твердости важно при подборе материалов для пар трения и при создании новых фрикционных и антифрикционных материалов. Несмотря на большое количество исследований по трению,

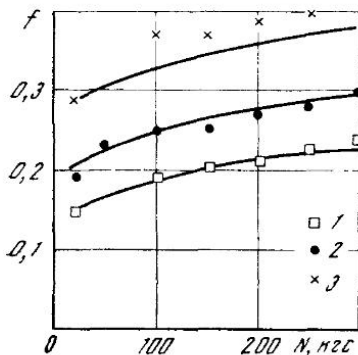
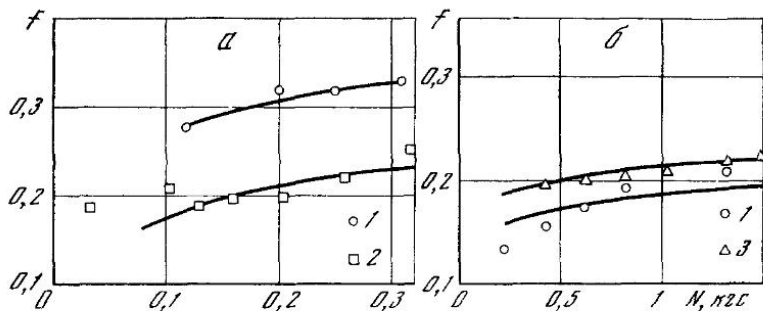


Рис. 71

Рис. 72



в настоящее время нет четко установленных зависимостей, позволяющих оценивать влияние изменения твердости мягкого элемента трущейся пары на коэффициент внешнего трения покоя.

Оценим изменение коэффициента трения в зависимости от твердости исходя из двойственного представления о природе трения. Выше было показано, что коэффициент внешнего трения можно получать простым суммированием его молекулярной и деформационной составляющих. Согласно уравнению (3.33) от твердости зависят обе эти составляющие коэффициента трения. Деформационная составляющая коэффициента трения с увеличением твердости материала уменьшается. Молекулярная составляющая на первый взгляд с увеличением твердости тоже должна бы уменьшаться,

изменяясь по закону

$$f_m = \frac{\tau_0}{HB} + \beta. \quad (4.9)$$

Однако в настоящее время неизвестно, как будут изменяться  $\tau_0$  и  $\beta$  при изменении твердости по Бринелю более мягкого материала трущейся пары. Поэтому зависимость молекулярной составляющей коэффициента трения от твердости изучалась нами только экспериментально. Были выполнены также эксперименты, в результате которых получена зависимость коэффициента трения от твердости. После этого, зная значение молекулярной составляющей коэффициента трения, определенной при некотором значении твердости, и рассчитав величину деформационной составляющей коэффициента трения по известной твердости, радиусу индентора и применяемой нагрузке, складывая обе составляющие, получали расчетные величины коэффициента трения. Полученные значения сравнивались с коэффициентами трения, найденными из экспериментов по скольжению шарового индентора по плоским пластинам.

Экспериментально изучать зависимость  $\tau_n$  и  $f_m$  от твердости достаточно сложно. Сложность заключается в том, что исследования необходимо проводить на трущейся паре, в которой один из элементов (более твердый) остается неизменным, второй элемент (более мягкий) изготавливается из одного сорта материала, имеющего различную твердость. Такие требования можно выполнить, если использовать для мягкого элемента трущейся пары один и тот же материал, имеющий в результате термообработки различную твердость. В наших совместно с К. С. Ляпиным экспериментах использовалась медь и сталь 45, обладающие различными твердостями.

Другой вариант — применение образцов с покрытиями. Пленка некоторого металла наносится на подложки различной твердости, затем определяется зависимость молекулярной составляющей коэффициента трения и общего коэффициента трения от твердости.

Испытания проводились на двух установках. На установке ОТ-1 исследовалась зависимость молекулярной составляющей коэффициента трения от твердости, на установке ПП оценивалась зависимость общего коэффициента трения от твердости.

На установке ОТ-1 эксперименты проводились по обычной методике. Поверхности плоских образцов полировались. Перед проведением испытаний рабочие поверхности промывали спиртом, четыреххлористым углеродом и очищали пылью активированного угля. Применяемые нагрузки обеспечивали пластические деформации в зоне касания. Сначала изучалось изменение средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, в зависимости от твердости плоских образцов, затем изменение молекулярной составляющей коэффициента трения.

Результаты экспериментов по исследованию  $\tau_n = \psi (HB)$  приведены на рис. 73. Каждая точка на графике является средним арифметическим результатов пяти — шести измерений. Разброс данных незначителен, максимальное отклонение не превышает 6—8%. Таким образом, воспроизводимость была удовлетворительной. Сплошная линия проведена на основании экспериментальных данных, вычисленных по формуле (4.9). Отдельными точками изображены средние значения  $f_m$ , определенные на основании резуль-

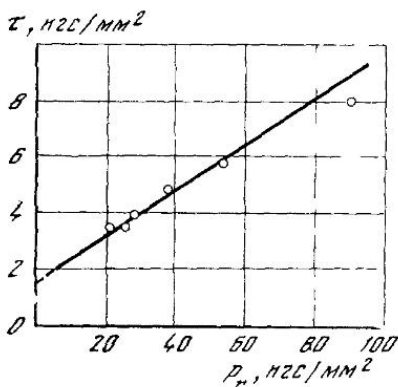


Рис. 73

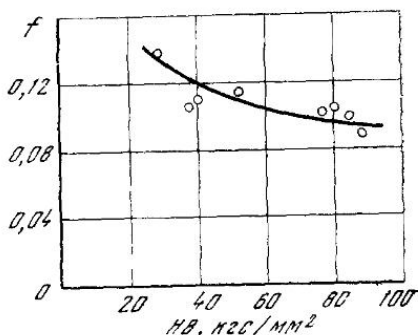


Рис. 74

татов пяти — семи экспериментов, выполненных на материале одной твердости.

Из рис. 73 видно, что при увеличении твердости плоских образцов, изготовленных из меди, величина средних касательных напряжений на поверхности индентора, возникающих в результате межмолекулярных взаимодействий поверхностей, возрастает. Оказалось, что величина  $\tau_0$  не зависит от твердости и определяется условиями, в которых производится эксперимент. Определенная на основании наших экспериментов для меди  $\tau_0 = 1,5$  кгс/мм<sup>2</sup>. Коэффициент  $\beta$ , характеризующий увеличение прочности адгезионной связи на срез для меди, получился равным  $\beta = 0,082$ .

Если  $\tau_n$  с увеличением твердости увеличивается, то молекулярная составляющая коэффициента трения при этом падает (рис. 74). Сплошная линия проведена на основании экспериментальных данных по формуле (4.9). Отдельными точками изображены средние значения, определенные на основании результатов пяти — семи экспериментов, выполненных на материале одной твердости. Аналогичные данные получены для стали 45. Полученные зависимости удовлетворительно описываются уравнением (4.9). Экспериментально было проверено влияние на  $\tau_0$  и  $\beta$  незначительного изменения химического состава образцов, изготовленных из технической меди различных марок. Оказалось, что химический состав выбранных медных образцов практически не влияет на величину  $\tau_0$  и  $\beta$ .

Таким образом, экспериментально доказано, что величины  $\tau_0$  и  $\beta$  для одного материала при изменении твердости остаются постоянными, а молекулярная составляющая коэффициента трения с увеличением твердости уменьшается.

Для оценки зависимости общего коэффициента трения от твердости были проведены эксперименты, в которых шаровой индентор скользил по полированным поверхностям плоских образцов, изготовленных из меди и стали 45. Для испытаний использовались те

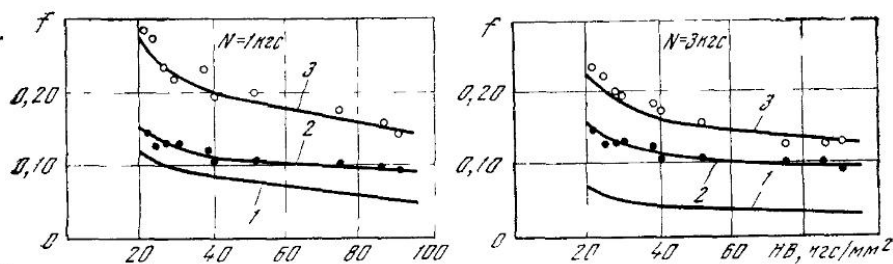


Рис. 75

же образцы, на которых определялись средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями. Шаровой индентор диаметром 2 мм был изготовлен из стали ШХ-15. Очистка поверхностей образцов была такая же, как перед испытанием по определению средних касательных напряжений. Это делалось с целью обеспечения идентичных условий на поверхности образцов при испытаниях на установках ГП и ОТ-1. Методика проведения экспериментов была аналогична методике при исследовании зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки.

Результаты экспериментов, проведенных по изучению влияния на коэффициент внешнего трения твердости более мягкого элемента трущейся пары, показаны на рис. 75. На рис. 75 кривая 1 показывает теоретическую зависимость деформационной составляющей коэффициента трения от твердости. Кривая 2 соответствует экспериментальным значениям молекулярной составляющей коэффициента трения индентора из стали ШХ-15, скользящего по образцам, изготовленным из меди различной твердости. Кривая 3 получена сложением молекулярной и деформационной составляющих коэффициента трения. Отдельные точки соответствуют экспериментальным значениям общего коэффициента трения, полученным при испытаниях на установке ГП.

Как видно, экспериментальные значения общего коэффициента трения удовлетворительно совпадают со значениями, рассчитанными по формуле (4.9). Значения  $\tau_0$  и  $\beta$ , необходимые для расчета, определены экспериментально на одношариковом трибометре.

Таким образом, с увеличением твердости более мягкого материала трущейся пары коэффициент внешнего трения при одинаковой нагрузке уменьшается, что обуславливается уменьшением как молекулярной, так и деформационной составляющих, причем указанная зависимость при неизменных  $\tau_0$  и  $\beta$  удовлетворительно описывается уравнением (4.9).

Проведенное разностороннее сравнение теоретических зависимостей с экспериментальными позволяет считать, что расчетную формулу для коэффициента внешнего трения можно представить в виде трехчленного уравнения, а зависимость силы трения и нагрузки от величины внедрения выражается уравнениями (3.22), (3.24) и (3.28а), которые удовлетворительно совпадают с наблюдаемыми в экспериментах зависимостями.

Следовательно, эти формулы можно использовать для определения элементарных сил, действующих на индивидуальных неровностях.



## ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЮ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПО ДЕФОРМИРУЕМОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ

### § 1. Зависимость силы трения и коэффициента внешнего трения покоя от сближения

Внешнее трение твердых тел, как отмечалось выше, имеет двойственную природу. Сила трения обусловлена межмолекулярными взаимодействиями твердых тел в зонах реального касания и деформированием тонкого поверхностного слоя тел внедрившимися неровностями [115]. В данном разделе рассмотрим только силу трения покоя. Величина этой силы зависит в значительной степени от деформации в зонах фактического касания [116]. Вид деформации обусловлен приложенной к телам нагрузкой, их физико-механическими свойствами и микротопографией поверхностей контактирующих тел. Так как в узлах трения нагрузка изменяется в широких пределах, то у обычно используемых материалов в зонах фактического касания могут иметь место пластические, упругие и упругопластические деформации. Определим коэффициент трения покоя в каждом случае. Под коэффициентом внешнего трения покоя будем понимать отношение силы трения к нормальной нагрузке.

*Пластический контакт.* Для определения коэффициента трения рассмотрим начало макроскольжения двух твердых тел. Из-за различия в физико-механических свойствах трущихся тел деформации поверхностного слоя одного из них во много раз меньше, чем деформации поверхностного слоя другого тела. Поэтому при расчете сил, действующих в зонах фактического касания, неровности одного тела будем считать абсолютно жесткими.

Неровности будем рассматривать как шаровые сегменты одинакового радиуса, расположенные на общем основании. Вершины неровностей распределены по высоте таким образом, что кривая опорной поверхности описывается уравнением Крагельского — Демкина [93]. Как показал приведенный в главе 2 анализ, такая модель удовлетворительно соответствует реальной поверхности. Предположим, что поверхность менее жесткого тела трущейся пары гладкая. При определении усилий, действующих на шероховатое тело при сдвиге, равном контактному предварительному смещению, предполагаем, что внедренные неровности практически не оказывают влияния друг на друга. Справедливость такого предположения вытекает из рассмотрения расстояний между пятнами фактического касания, которые приблизительно превышает 10 диаметров пятна касания, в то время как де-

формация, вызванная движением неровности, затухает на расстоянии, равном 1—2 диаметрам пятна касания. Поведение пластического материала описывается теорией Треска. Определение силы трения проведем при ненасыщенном и насыщенном контактах (см. главу 2).

**Ненасыщенный контакт.** Так как  $n_r = n_r(\epsilon)$  является непрерывной и дифференцируемой функцией, то силу трения можно выразить следующим образом:

$$T = \int_0^{\epsilon_k} T_i dn_r, \quad (5.1)$$

где  $T_i$  — сила трения на единичной неровности.

При пластическом контакте в первом приближении силу трения на единичной неровности можно представить в виде двух составляющих: молекулярной и деформационной. Молекулярная составляющая силы трения зависит от средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями на границе раздела в зонах фактического касания и площади, на которой проявляются эти взаимодействия.

Проведенные исследования (см. выше) показали, что средние касательные напряжения не зависят от радиуса неровности и нагрузки, поэтому при расчетах будем считать их неизменными на всех неровностях.

При расчетах взаимодействия твердых тел удобно пользоваться величиной относительного сближения  $\epsilon$ . Элементарная сила трения через относительное сближение выражается [307] из уравнения (3.28а) следующим образом:

$$T_i = 1,68\sigma_s R^{1/2} h_{\max}^{3/2} \epsilon_{ik}^{3/2} + \pi R h_{\max} \epsilon_{ik} \left( \frac{5,14\beta\sigma_s}{3} + \tau_0 \right). \quad (5.2)$$

Откуда в произвольном сечении  $x - x$  (см. рис. 24), где величина внедрения  $\epsilon_{ik} - x$ , элементарная сила трения равна

$$T_i = 1,68\sigma_s R^{1/2} h_{\max}^{3/2} (\epsilon_{ik} - x)^{3/2} + \pi R h_{\max} (\epsilon_{ik} - x) \left( \frac{5,14\beta\sigma_s}{2} + \tau_0 \right), \quad (5.3)$$

где  $x$  — расстояние от самой высокой неровности жесткого тела до сечения  $x - x$ .

Подставляя значение  $T_i$  из (5.3) и  $dn_r$  из (2.13) в (5.1), получаем

$$T = \frac{0,84\sigma_s h_{\max}^{1/2} A_c b \nu (\nu - 1)}{\pi R^{1/2}} \left[ \int_0^{\epsilon_k} (\epsilon_{ik} - x)^{3/2} x^{\nu-2} dx + \frac{\pi R^{1/2}}{h_{\max}^{1/2}} \int_0^{\epsilon_k} \left( \frac{5,14\beta}{3,36c} + \frac{\tau_0}{1,68\sigma_s} \right) (\epsilon - x) x^{\nu-2} dx \right]. \quad (5.4)$$

Интеграл  $\int_0^{\epsilon_k} (\epsilon - x)^{1/2} x^{\nu-2} dx$  является интегралом типа интеграла П. Л. Чебышева [223] и может быть выражен в элементарных функциях только при определенных соотношениях, когда показатель степени при  $x$  и  $x$  в двучлене  $(\epsilon - x)$  будет целым числом. Следовательно, этот интеграл решается точно при целых значениях показателя кривой опорной поверхности  $\nu$ . Заменяя в (5.4)

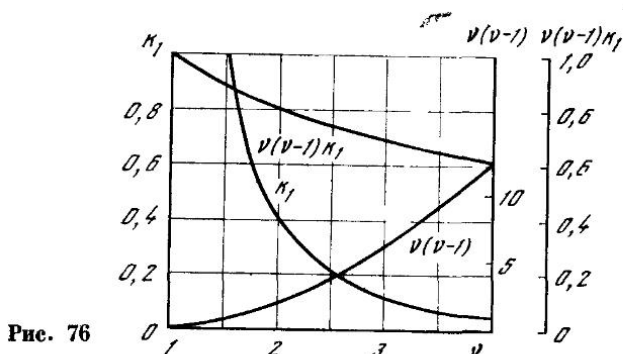


Рис. 76

$(\epsilon_{ik} - x)^{1/2}$  через новую переменную и интегрируя, получаем в этом случае

$$T = \frac{0,84c\sigma_s A_c b\nu (\nu - 1) h_{\max}^{1/2}}{\pi R^{3/2}} \left[ k_1 \epsilon_k^{\nu+1/2} + \pi \left( \frac{R}{h_{\max}} \right)^{1/2} \left( \frac{5,14\beta}{3,36c} + \frac{\tau_0}{1,68c\sigma_s} \right) \frac{\epsilon_k^\nu}{\nu(\nu - 1)} \right], \quad (5.5)$$

где  $k_1$  — коэффициент, зависящий от показателя кривой опорной поверхности. Зависимость  $k_1$  и произведения  $\nu(\nu - 1)k_1$  от  $\nu$  приведены на рис. 76. Формула (5.5) справедлива при  $\tau_n < \sigma_s/2$ .

При  $\tau_n = \sigma_s/2$  сила трения будет определяться следующей формулой:

$$T = \frac{0,84c\sigma_s A_c b\nu (\nu - 1) h_{\max}^{1/2} \epsilon_k^\nu}{\pi R^{3/2}} \left[ k_1 \epsilon_k^{1/2} + \frac{\pi R^{1/2}}{h_{\max}^{1/2} 3,36c\nu (\nu - 1)} \right].$$

Нормальная реакция  $N$ , возникающая при сдвиге, равна

$$N = \int_0^{n_r} N_i dn_r. \quad (5.6)$$

Учитывая, что в сечении  $x - x$   $N_i = \pi R h_{\max} (\epsilon_{ik} - x) c\sigma_s$ , подставляя  $dn_r$  и  $N_i$  в (5.6) и производя интегрирование, выразим нормальную реакцию, возникающую при сдвиге, в зависимости

от сближения следующим образом:

$$N = \frac{1}{2} A_c b c \sigma_s e_k^v. \quad (5.6a)$$

Нормальная реакция равна по величине и противоположна по направлению нормальной нагрузке, вызвавшей сближение между твердыми телами  $h_k$ .

Поделив тангенциальную силу на нагрузку, получим коэффициент трения. В результате того, что нормальная сила почти не зависит от величины средних касательных напряжений в зоне контакта, при расчете коэффициента трения необходимо различать три случая:

1) при  $\tau_n < \sigma_s/2$

$$f = \frac{\tau_0^*}{c\sigma_s} + \beta + 0,55\nu(\nu - 1)k_1 \left(\frac{h_k}{R}\right)^{1/2}; \quad (5.7)$$

2) при  $\tau_n = \sigma_s/2$

$$f = 0,2 + 0,55\nu(\nu - 1)k_1 (h_k/R)^{1/2}; \quad (5.8)$$

3) когда на одной части неровностей  $\tau_n = \sigma_s/2$ , на другой  $\tau_n < \sigma_s/2$ ,

$$f = \frac{\tau_0}{c\sigma_s} + \beta + \frac{\beta - \beta_0}{\beta_* - \beta_0} \left(0,2 - \frac{\tau_0}{c\sigma_s} - \beta\right) + 0,55\nu(\nu - 1)k_1 \sqrt{\frac{h_k}{R}}. \quad (5.9)$$

Границы применимости каждой из полученных формул (5.7)–(5.9) определяются в зависимости от средних касательных напряжений на границе раздела и величины внедрения (величины приложенной нормальной нагрузки и механических свойств контактирующих материалов) соотношением (3.25а).

Как было показано выше, при постоянстве  $\tau_0$  и  $\beta$  молекулярная составляющая при пластическом контакте не зависит от глубины внедрения и радиуса микронеровности. Поэтому для всех неровностей молекулярная составляющая коэффициента трения будет постоянной.

Аналогичные данные получаются при обработке экспериментов Ф. Р. Боудена и Д. Тейбора [22], а также Н. Н. Истомина и А. Д. Курицыной [76]. Поэтому в дальнейшем в общей формуле коэффициент трения будем выражать при пластическом контакте следующим образом:

$$f = f_m + 0,55\nu(\nu - 1)k_1 \sqrt{h_k/R}, \quad (5.10)$$

где  $f_m = \tau_n/c\sigma_s \approx \tau_n/HB$ .

Учитывая, что  $0,55\nu(\nu - 1)k_1 \approx 0,4$  при  $\nu = 2$ , что соответствует наиболее типичным показателям кривой опорной поверхности реальных поверхностей, выражение (5.10) можно упростить

и коэффициент трения становится равным

$$f = f_m + 0,4 \sqrt{h_K/R}. \quad (5.11)$$

Полученное решение справедливо при  $\nu > 1$ , так как при  $\nu = 1$   $dn_r = 0$  и, следовательно, интеграл обращается в нуль. Поэтому при  $\nu = 1$  для определения коэффициента трения необходимо пользоваться другими формулами.

Значения  $\nu < 1$  не соответствуют действительности, потому что из формулы (2.13) видно: число выступов в этом случае будет уменьшаться с увеличением внедрения, что противоречит физическому смыслу. Величины относительного сближения  $\epsilon_K$ , при которых соблюдаются полученные формулы, в зависимости от параметров кривой опорной поверхности определяются уравнением (2.18).

Таким образом, полученные формулы для расчета коэффициента трения справедливы при  $\nu > 1$  и величинах сближений, изменяющихся в пределах  $0 < \epsilon < (1/b\nu)^{1/(\nu-1)}$ . Если  $\epsilon > \epsilon_{кр} = 1/(b\nu)^{1/(\nu-1)}$ , то все формулы, полученные на основании кривой опорной поверхности  $\eta = b\epsilon^\nu$ , несколько видоизменяются.

**Насыщенный контакт.** Определим зависимость силы трения от сближения в зоне насыщения контакта. Величина контурного давления, при которой наступает насыщение контакта, определяется из уравнения (2.19а). Характерным в зоне насыщения является то, что при увеличении сближения между поверхностями, площадь касания увеличивается только вследствие роста единичных пятен касания, в то время как в зоне ненасыщенного контакта возрастание площади фактического касания происходит вследствие увеличения индивидуальных зон касания и общего числа контактов. Изменение механизма образования фактической площади касания приводит к изменению соотношения между нормальной нагрузкой, приложенной к трущимся телам, и величиной сближения между ними. Так как сила трения зависит от величины сближения, то следует ожидать, что в зоне насыщения контакта изменится соотношение между силой трения и сближением.

Общая сила трения определяется суммированием индивидуальных сил, действующих на отдельных микронеровностях. Единичную силу в данном случае целесообразно записать в следующем виде:

$$T_i = (\tau_0 + \beta HB) \pi R h_{\max} (\epsilon_{кр_i} + \Delta\epsilon) + 1,68 H B R^{1/2} h_{\max}^{3/2} (\epsilon_{кр_i} + \Delta\epsilon)^{3/2}.$$

Сила трения между поверхностями

$$T = \sum_{i=1}^n T_i = \tau_n \sum_{i=1}^n \pi R h_{\max} (\epsilon_{кр_i} + \Delta\epsilon) + 1,68 H B R^{1/2} h_{\max}^{3/2} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{кр_i} + \Delta\epsilon)^{3/2}.$$

Таким образом, задача определения молекулярной составляющей силы трения при пластическом контакте сводится к определению площади касания, которая в данном случае вычисляется по формуле (2.16). Учитывая (2.16), получим

$$T_{\text{м}} = \frac{1}{2} (\tau_0 + \beta HB) A_c b e_{\text{кр}}^{\nu} \left( \frac{\nu e}{e_{\text{кр}}} + 1 - \nu \right). \quad (5.12)$$

Получить точное значение деформационной составляющей затруднительно, поэтому в первом приближении определим ее, используя понятие о средней силе трения  $T_{\text{д ср}}$ , проявляющейся на некоторой неровности, имеющей среднюю величину внедрения. Деформационная составляющая силы трения  $T_{\text{д}} = T_{\text{д ср}} n_c$ . Величина  $T_{\text{д ср}} = \sum_{i=1}^{n_c} T_i n_i / n_c$ , где  $T_i$  — индивидуальная сила;  $n_i$  — число неровностей, имеющих одинаковую величину внедрения;  $n_c$  — общее число неровностей на контурной площади касания.

Очевидно, в данном случае

$$T_{\text{д ср}} = 1,68 H B R^{1/2} h_{\text{max}}^{3/2} e_{\text{ср}}^{3/2}. \quad (5.13)$$

Подставляя в это уравнение значения  $e_{\text{ср}}$  и  $n_c$  соответственно из (2.25) и (2.13) и учитывая, что при пластическом контакте  $p_r = HB$ , получим

$$T_{\text{д}} = \frac{0,27 H B A_c b e_{\text{кр}}^{\nu-1} h_{\text{max}}^{1/2}}{\nu^{1/2} R^{1/2}} \left[ \frac{\nu e}{e_{\text{кр}}} - (\nu - 1) \right]^{3/2}. \quad (5.14)$$

Общая сила трения равна сумме молекулярной и деформационной составляющих. Так как на соотношение между нормальной нагрузкой и величиной сближения между поверхностями межмолекулярные взаимодействия на границе раздела твердых тел практически не влияют, то коэффициент трения в зоне насыщения контакта будет также равен сумме молекулярной и деформационной составляющих, которые найдем, поделив (5.12) и (5.14) на (2.29а),

$$f = \frac{\tau_0}{HB} + \beta + \frac{0,54}{\nu^{1/2}} [\nu e - (\nu - 1) e_{\text{кр}}]^{1/2} \left( \frac{h_{\text{max}}}{R} \right)^{1/2}$$

или, учитывая, что  $e = h/h_{\text{max}}$ , получим

$$f = \frac{\tau_0}{HB} + \beta + \frac{0,54}{\nu^{1/2}} \left[ \frac{\nu h}{R} + \frac{(1 - \nu) h_{\text{кр}}}{R} \right]^{1/2}. \quad (5.15)$$

Из (5.15) следует, что зависимость коэффициента трения от сближения между поверхностями в зоне насыщения контакта аналогична зависимости, полученной для начальной части кривой опорной поверхности, когда  $n_r < n_c$ . Однако, как покажет приведенный ниже анализ, в зависимости от нормальной нагрузки коэффициент трения в зоне насыщения контакта будет определяться иначе, чем в зоне  $n_r < n_c$ .

Полученные формулы для расчета коэффициента трения в зоне насыщения контакта применимы только при отсутствии взаимного влияния микронеровностей.

Изменение коэффициента трения в зависимости от величины относительного сближения  $h/R$  приведено на рис. 77. Эти значения коэффициентов трения рассчитаны по формулам (5.10) (рис. 77, а) и (5.15) (рис. 77, б) при молекулярной составляющей коэффициента трения, равной 0,1. На рис. 77 прямой линией 1

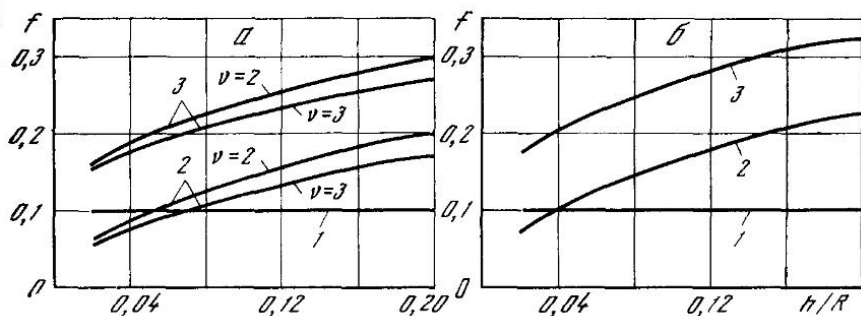


Рис. 77

изображена зависимость молекулярной составляющей коэффициента трения, кривой 2 — зависимость деформационной составляющей коэффициента трения и кривой 3 — зависимость общего коэффициента трения от величины внедрения.

Таким образом, при пластических деформациях в зоне касания коэффициент трения с увеличением величины сближения между поверхностями возрастает вследствие увеличения деформационной составляющей, так как молекулярная составляющая от величины сближения не зависит.

**Упругий ненасыщенный контакт.** При упругих деформациях в зоне касания сила трения обуславливается также в основном двумя причинами — межмолекулярными взаимодействиями на границе раздела трущихся тел в зонах фактического касания и переддеформированием тонкого поверхностного слоя менее жесткого тела внедрившимися неровностями.

Определим силу трения, возникающую в начале макроскольжения тела, имеющего шероховатую поверхность, по упруго деформируемому полупространству. Будем считать, что неровности поверхности твердого тела представляют собой шаровые сегменты одинакового радиуса. Взаимным влиянием отдельных микронеровностей будем пренебрегать вследствие значительного расстояния между контактирующими микронеровностями. Для определения общей силы трения необходимо знать силу трения, возникающую на единичной неровности, которая при упругих

деформациях в зоне касания согласно [22] равна

$$T_i = T_{m_i} + T_{d_i}, \quad (5.16)$$

где  $T_{m_i}$  — молекулярная составляющая силы трения;  $T_{d_i}$  — деформационная составляющая силы трения.

Молекулярная составляющая единичной силы трения зависит от площади фактического касания микрошероховности  $A_{r_i}$  и средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями,

$$T_{m_i} = \tau_n A_{r_i}. \quad (5.17)$$

Как было показано выше, средние касательные напряжения зависят от нормальных сжимающих напряжений. Величина средних нормальных напряжений на контакте при упругих деформациях в зоне касания, по Герцу [294], равна

$$\sigma_n = 0,4h^{1/2}E / (1 - \mu^2) R^{1/2},$$

где  $h$  — величина внедрения.

Площадь касания единичной неровности при упругих деформациях в зоне касания равна  $A_{r_i} = \pi R h$ . Подставляя  $A_{r_i}$  и  $\sigma_n$  в (5.17), выразим молекулярную составляющую силы трения

$$T_{m_i} = [\tau_0 + \beta 0,4h^{1/2}E / (1 - \mu^2) R^{1/2}] \pi R h_i. \quad (5.18)$$

Деформационная составляющая силы трения при упругом контакте объясняется Д. Тейбором с сотрудниками [289, 346] гистерезисными потерями, возникающими при деформировании тонкого поверхностного слоя. Эта составляющая зависит от глубины внедрения

$$T_{d_i} = 0,25\alpha_{\text{эф}} h_i^2 E / (1 - \mu^2), \quad (5.19)$$

где  $\alpha_{\text{эф}}$  — коэффициент гистерезисных потерь.

Величину коэффициента гистерезисных потерь можно определить из экспериментов по нагружению и разгрузению шарика, контактирующего с плоским образцом. Гринвуд [290] показал, что  $\alpha_{\text{эф}} = k_r \alpha$ , где  $\alpha$  — коэффициент гистерезисных потерь, найденный из обычных экспериментов одноосного растяжения. Коэффициент  $k_r$  зависит от геометрической формы индентора. Для цилиндра  $\alpha_{\text{эф}} = 3,5\alpha$ , для шара сложно получить точную величину  $k_r$ . В первом приближении можно считать, что  $\alpha_{\text{эф}} = 2,5\alpha$ .

В произвольном сечении (см. рис. 24) единичную силу трения выразим [163] следующим образом:

$$T_i = \left[ \tau_0 + \frac{0,4\beta (e-x)^{1/2} h_{\text{max}}^{1/2} E}{(1 - \mu^2) R^{1/2}} \right] \pi R h_{\text{max}} (e_i - x) + \frac{0,25\alpha_{\text{эф}} (e_i - x)^2 E h_{\text{max}}^2}{1 - \mu^2}. \quad (5.20)$$



Подставляя (5.20) и  $dn_r$  из (2.13) в формулу (5.1) и интегрируя, получим силу трения

$$T = \frac{A_c b \nu (\nu - 1) \varepsilon^\nu}{2\pi R h_{\max}} \left[ \frac{\tau_0 \pi R h_{\max}}{\nu (\nu - 1)} + \frac{0,4\pi\beta k_1 R^{1/2} E \varepsilon^{1/2} h_{\max}^{3/2}}{1 - \mu^2} + \frac{0,5\alpha_{\text{эф}} E \varepsilon h_{\max}^2}{\nu (\nu^2 - 1) (1 - \mu^2)} \right]. \quad (5.21)$$

Для определения коэффициента трения в зависимости от величины внедрения найдем соотношение между нормальной нагрузкой и величиной сближения. Нормальная нагрузка, необходимая для внедрения единичной микронеровности на величину  $\varepsilon_i$ , равна

$$N_i = \frac{1,33 h_{\max}^{3/2} R^{1/2} E}{(1 - \mu^2)} \varepsilon_i^{3/2}.$$

Используя формулы (5.6) и (2.13), вычислим нормальную нагрузку в зависимости от сближения:

$$N = \frac{0,21 A_c b \nu (\nu - 1) k_1 h^{1/2} E}{R^{1/2} (1 - \mu^2)} \varepsilon^{\nu+1/2}. \quad (5.22)$$

Тогда коэффициент трения будет также равен сумме двух составляющих — молекулярной и деформационной:

$$f = \frac{2,4\tau_0 (1 - \mu^2) R^{1/2}}{\nu (\nu - 1) k_1 E h^{1/2}} + \beta + \frac{0,4\alpha_{\text{эф}} h^{1/2}}{k_1 \nu (\nu^2 - 1) R^{1/2}}. \quad (5.23)$$

Из формулы (5.23) следует, что при увеличении отношения  $h/R$  деформационная составляющая коэффициента трения возрастает, а молекулярная составляющая уменьшается. Поэтому коэффициент трения в зависимости от соотношения между молекулярной и деформационной составляющими при увеличении величины внедрения может увеличиваться или уменьшаться. При неизменных внешних условиях коэффициент трения для материалов, обладающих сравнительно низким модулем упругости, сначала уменьшается при увеличении  $h/R$ , затем проходит через минимум (рис. 78). Величины коэффициента трения, приведенные на рис. 78, вычислялись при следующих значениях:  $\nu = 2$ ,  $\beta = 0,002$ ,  $\alpha_{\text{эф}} = 0,25$ ,  $\tau_0 = (0,01 \div 0,04) E$  (кривые 1—4 соответственно). Учтя, что с увеличением  $h/R$  общий коэффициент трения падает, и приравнявая производную  $\partial f / \partial (h/R)$  к нулю, получим значение  $h/R$ , соответствующее минимальному значению коэффициента трения при упругом контакте:

$$h/R = 6\tau_0 (1 - \mu^2) (\nu + 1) / E\alpha_{\text{эф}}. \quad (5.24)$$

Из (5.24) следует, что положение минимума в основном зависит от модуля упругости, величины  $\tau_0$ , коэффициента гистерезисных потерь  $\alpha$  и шероховатости поверхности.

Подставляя (5.24) в (5.23), получим минимальное для данных условий работы фрикционного узла значение коэффициента трения:

$$f_{\min} = \frac{1,4\tau_0^{1/2}\alpha_{\text{эф}}^{1/2}(1-\mu^2)^{1/2}}{k_1(\nu-1)(\nu+1)^{1/2}\nu E^{1/2}} + \beta. \quad (5.25)$$

Из уравнения (5.25) следует, что минимальное в данных условиях значение коэффициента трения практически не зависит от

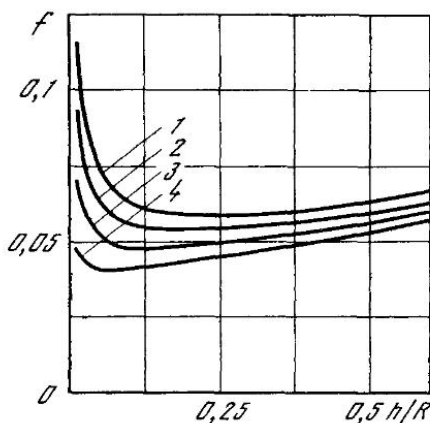


Рис. 78

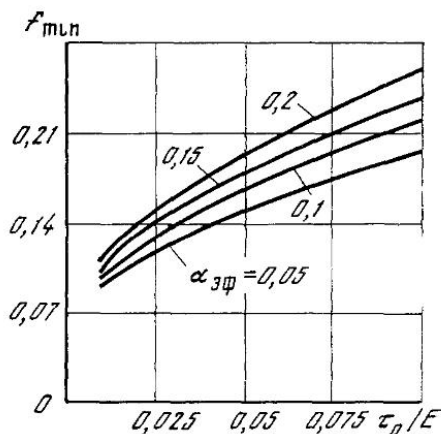


Рис. 79

микротопографии поверхности, а обуславливается условиями работы (тангенциальной прочностью адгезионной связи на срез  $\tau_0$ , коэффициентом  $\beta$  и физико-механическими характеристиками менее жесткого материала трущейся пары). На рис. 79 приведены значения минимального коэффициента трения при  $\beta = 0,05$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $\nu = 2$  и различных  $\alpha_{\text{эф}}$  в зависимости от  $\tau_0/E$ . Видно, что прохождение коэффициента внешнего трения через минимум возможно только при условии малых  $\tau_0$  и  $\beta$ .

Для материалов, обладающих высоким модулем упругости, обычно деформационной составляющей можно пренебречь по сравнению с молекулярной ввиду ее малости. Действительно, упругий контакт наблюдается при внедрениях, определяемых уравнением (2.37а).

Учитывая, что для материалов, обладающих сравнительно высоким модулем упругости, отношение  $HB/E \leq 0,01$ ,  $\mu = 0,3$ , получим значение  $h/R \approx 0,0002$ , при котором в данном случае будут в зоне касания наблюдаться упругие деформации. Подставляя эти значения в уравнение (5.23) и производя вычисления при  $\alpha = 0,04$ ,  $\nu = 2$ , получим, что деформационная составляющая в данном случае будет равна 0,0005. Поэтому для материалов,

обладающих высоким модулем упругости, с увеличением глубины внедрения коэффициент трения будет уменьшаться. Отсюда следует вывод — при экспериментальном исследовании зависимости коэффициента трения от величины внедрения необходимо четко различать, во-первых, какие деформации имеют место при используемых нагрузках в зоне касания поверхностей, во-вторых, какие используются материалы (с высоким или небольшим модулем упругости).

В общем случае и для материалов, обладающих высоким модулем упругости, в большом диапазоне изменения  $h/R$  коэффициент трения с увеличением внедрения также проходит через минимум. Такое изменение коэффициента трения, имеющее место при возрастании относительного внедрения, объясняется для этих материалов тем, что увеличение  $h/R$  приводит к изменению напряженного состояния в зонах фактического касания.

При величинах относительного внедрения, соответствующих упругим деформациям, в зонах фактического касания коэффициент внешнего трения с увеличением  $h/R$  уменьшается. Дальнейшее возрастание величины внедрения (что соответствует увеличению нормальной нагрузки, действующей на трущиеся тела) приводит к появлению пластических деформаций в зоне касания, т. е. приводит к упругопластическим деформациям в зоне касания, которые после достижения значений  $h/R \geq 5,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2$  переходят в пластические. При пластических деформациях в зоне касания молекулярная составляющая коэффициента трения при неизменных условиях остается постоянной, деформационная возрастает, следовательно, общий коэффициент трения возрастает при увеличении глубины внедрения. Таким образом, для материалов, обладающих высоким модулем упругости, коэффициент трения при увеличении  $h/R$  уменьшается при упругом контакте, проходит через минимум при упругопластическом контакте в зоне значений

$$2,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2 \leq h/R \leq 5,4 (1 - \mu^2)^2 (HB/E)^2$$

и увеличивается при пластическом контакте.

*Упругий насыщенный контакт.* Насыщение контакта при упругих деформациях в зоне касания может иметь место согласно (2.21) только у материалов, обладающих невысоким модулем упругости, так как значения отношения контурного давления к модулю упругости  $p_c/E$ , при которых оно достигается, бывают больше (для материалов, обладающих высоким модулем упругости), чем  $p_c/E$ , соответствующее появлению пластических деформаций в зоне касания.

При определении силы трения в зоне насыщения контакта при упругих деформациях в зонах касания будем использовать методику определения силы трения в этой зоне при пластических деформациях в зонах касания. При вычислении общей силы трения взаимным влиянием микронеровностей друг на друга будем пренеб-

регать. Исследования [22, 177] по оценке взаимного влияния микрошероховатостей показывают справедливость этого допущения. Общая сила трения

$$T = T_{\text{ср}} n_c.$$

Учитывая (5.20), (2.13) и (2.25), получим выражение для  $T$  в зависимости от  $\varepsilon$ :

$$T = \frac{0,425\alpha_{\text{эф}} A_c b \varepsilon^{\nu-1} E h_m}{\pi R \nu (1-\mu^2)} [\nu \varepsilon - (\nu-1) \varepsilon_{\text{кр}}]^2 + \left\{ \tau_0 + \frac{0,42\beta E h_{\text{max}}^{1/2}}{R^{1/2} \nu^{1/2} (1-\mu^2)} [\nu \varepsilon - (\nu-1) \varepsilon_{\text{кр}}] \right\}^{1/2} \times \times \frac{A_c}{2\nu} [\nu \varepsilon - (\nu-1) \varepsilon_{\text{кр}}]. \quad (5.26)$$

Соотношение между нормальной нагрузкой, действующей на трущиеся тела, и сближением их поверхностей определяется выражением (2.26). Коэффициент трения в зависимости от величины относительного сближения в зоне насыщения контакта выражается следующим образом:

$$f = \frac{2,4\tau_0(1-\mu^2)}{E \varepsilon_{\text{ср}}^{1/2}} \left( \frac{R}{h_{\text{max}}} \right)^{1/2} + \beta + 0,2\alpha_{\text{эф}} \left( \frac{h_{\text{max}}}{R} \right)^{1/2} \varepsilon_{\text{ср}}^{1/2}. \quad (5.27)$$

Полученное выражение отличается от уравнения, применяемого для вычисления коэффициента трения в зависимости от величины сближения в зоне ненасыщения, только коэффициентами, которые равны для адгезионной составляющей  $1/k_1 \nu (\nu-1)$ , для деформационной составляющей  $0,8/k_1 \nu (\nu^2-1)$ .

В зоне насыщения минимум коэффициента трения будет иметь место при

$$h/R = 12 \tau_0 (1-\mu^2) / \alpha_{\text{эф}} E. \quad (5.28)$$

Сравнивая формулы (5.28) и (5.24), можно отметить, что для поверхностей твердых тел, работающих в состоянии насыщения контакта, величина сближения, при которой наблюдается минимум коэффициента трения, будет в  $2/(\nu+1)$  раза меньше величины сближения для поверхностей твердых тел, работающих в зоне ненасыщенного контакта.

Следовательно, минимуму коэффициента трения может соответствовать только одно значение сближения в случае упругого контакта либо в зоне ненасыщенного, либо в зоне насыщенного контактов. Если в некоторых условиях работы, характеризующихся значениями  $\tau_0$  и  $\beta$ , для некоторых физико-механических свойств трущихся тел величина  $h/R$ , соответствующая минимуму коэффициента трения, наблюдается в зоне ненасыщенного контакта, то в зоне насыщения коэффициент трения будет возрастать. Это следует из того, что для одной поверхности величина  $h/R$ , соответ-

ствующая минимуму  $f$  в зоне насыщенного контакта, меньше, чем в зоне ненасыщения. Если значение  $h/R$ , соответствующее минимуму коэффициента трения в зоне ненасыщенного контакта, больше величины  $h/R$ , соответствующей состоянию насыщения контакта, то минимум коэффициента трения может быть только в зоне насыщения контакта.

Минимальное значение коэффициента трения в зоне насыщения контакта будет

$$f_{\min} = \frac{1,4\tau_0^{1/2}\alpha_{\text{эф}}^{1/2}(1-\mu^2)^{1/2}}{E^{1/2}} + \beta. \quad (5.29)$$

Из (5.29) и (5.25) следует, что минимальное значение коэффициента трения в зоне насыщения контакта равно соответствующему значению коэффициента трения для ненасыщенного контакта.

Полученные теоретические закономерности изменения коэффициента трения в зависимости от глубины внедрения сравнивались с экспериментальными закономерностями. Для сравнения теоретической зависимости коэффициента трения от относительной глубины внедрения при скольжении шероховатой поверхности с пластически деформируемой гладкой нами были использованы экспериментальные данные Г. Я. Рамишвили [187], полученные в лаборатории трения Института машиноведения. Эксперименты проводились на электромеханическом приборе, описанном в главе 2. Для измерения силы трения использовался упругий прогиб четырех пластинчатых пружин с наклеенными на них тензодатчиками (см. рис. 26). Электрические сигналы тензодатчиков усиливаются усилителями и записываются осциллографом. На этом приборе одновременно с силой трения измерялась с большой точностью глубина внедрения, что позволило использовать эти данные для сравнения с расчетом. Зависимость коэффициента трения от относительной глубины внедрения исследовалась при трении жесткой поверхности с полированной более мягких металлов со смазкой и без нее. Поверхность жесткого тела была обработана по 4-му и по 6-му классам шероховатости. С шероховатой поверхности образцов были сняты профилограммы и определены показатели кривой опорной поверхности.

Образцы перед проведением эксперимента тщательно промывались спиртом и четыреххлористым углеродом. В тех экспериментах, где применялась поверхностно-активная смазка, образцы подвергались специальной очистке по методу, разработанному Г. И. Фуком [215]. Непосредственно перед экспериментом наносился слой поверхностно-активной смазки. Результаты экспериментов приведены на рис. 80—82, где приведены зависимости коэффициента трения от относительной глубины внедрения. На рис. 80—82 сплошные линии обозначают теоретическую зависимость коэффициента трения от глубины внедрения, а отдельные

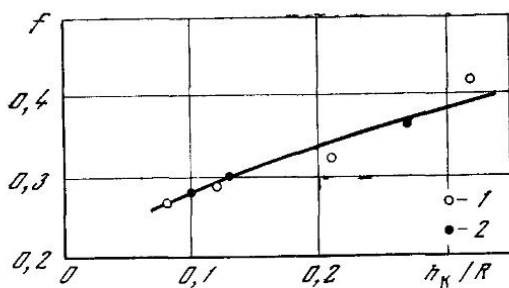


Рис. 80

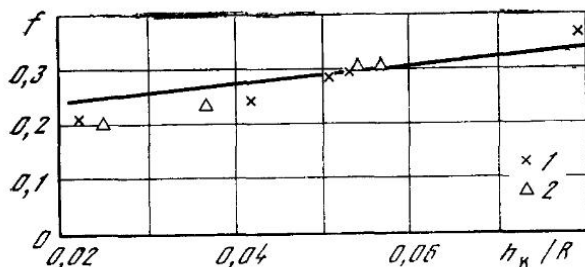


Рис. 81

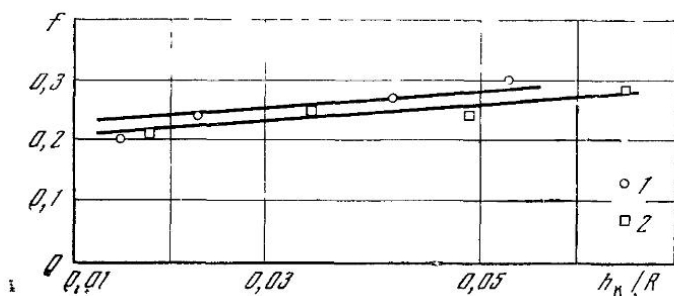


Рис. 82

точки — экспериментальные значения. Теоретические значения коэффициентов трения были рассчитаны по формулам (5.11). Величина молекулярной составляющей коэффициента трения находилась вычитанием из общего экспериментально определенного значения коэффициента трения деформационной составляющей, определяемой теоретически. Найденная при заданном значении  $h/R$  молекулярная составляющая в дальнейшем принималась постоянной.

На рис. 80 приведена зависимость трения от относительной глубины внедрения при движении, когда соприкасающаяся поверхность твердого образца из стали У8 обработана с  $R_z = 29$  мкм строганием в двух взаимно перпендикулярных направлениях. На рис. 81, 82 приведены данные, когда поверхности были обработаны с  $R_z = 10$  мкм. Из графика, приведенного на рис. 80, следует, что расчет дает удовлетворительное совпадение с экспе-

риментом. Причем в начальной части кривой при относительном внедрении около 0,1 совпадение получается более хорошим, чем в остальной части. Это, по-видимому, объясняется большим разбросом экспериментальных данных, так как при больших внедрениях возможно разрушение пленок на поверхности металла и увеличение молекулярной составляющей  $f_m$ . Эксперимент показывает, что в случае пластического контакта шероховатой поверхности с гладкой коэффициент трения увеличивается с глубиной внедрения не линейно, а по кривой, аналогичной теоретической. При этом увеличение коэффициента трения объясняется увеличением деформационной составляющей, так как молекулярную составляющую при увеличении внедрения можно считать постоянной.

На рис. 82 приведено сравнение результатов экспериментов с расчетом при скольжении без смазки шероховатого образца из стали У8 по полированным поверхностям мягких металлов. На рис. 81 изображены точками экспериментальные данные при скольжении стали У8 по свинцу 1 и олову 2, а на рис. 82, как и на рис. 80, — по армко-железу 1 и меди 2. Сплошные линии изображают теоретическую зависимость коэффициента трения от глубины внедрения, точки — результаты экспериментов.

Как следует из результатов сравнения, расчетные формулы, полученные на основании теории пластичности, правильно описывают процесс трения металлов на воздухе без смазки. Удовлетворительное совпадение эксперимента с расчетом для сферической модели показывает, что предположения, сделанные при решении задач, были справедливыми и полученная формула достаточно достоверно отражает процесс трения реальных твердых тел. Экспериментально подтверждено предположение, что одинаковой величине внедрения при всех прочих равных условиях соответствуют равные коэффициенты трения.

## § 2. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от нормальной нагрузки

Зависимость коэффициента трения от нагрузки различными учеными трактуется по-разному. Некоторые исследователи [220, 254, 336, 352] считают, что коэффициент трения не изменяется в значительных пределах, другие считают, что он повышается [337, 340], третьи [63, 107, 127, 245] отмечают падение коэффициента трения с увеличением нагрузки. Исследования [31, 224, 301] показали, что коэффициент трения с увеличением нагрузки сначала уменьшается, а затем возрастает. Очевидно, наиболее полно отвечает действительности последняя закономерность, а три первых являются лишь частными случаями этой общей закономерности, которые соответствуют различным видам контакта: а) пластическому, б) пластическому с упрочнением, в) упругому и упруго-пластическому.

Ниже приводится анализ зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки при идеально пластическом, пластическом с упрочнением и упругом контактах.

*Пластический контакт.* При пластическом и упругом контакте последовательно рассмотрим зависимость коэффициента трения от нормальной нагрузки для начальной части кривой опорной поверхности и в зоне насыщения контакта. При сближениях, в зоне которых число микронеровностей в контакте меньше числа неровностей на контурной площади касания, и идеально пластических деформациях в зоне касания коэффициент трения выражается в общем виде формулой (5.11). Так как молекулярная составляющая коэффициента трения при идеально пластическом контакте не зависит от нагрузки, то общий коэффициент трения будет изменяться с нагрузкой только вследствие изменения деформационной составляющей. Для того чтобы получить эту зависимость, необходимо знать  $h_K/R$  как функцию от нагрузки. Согласно [166] внедрение при движении выражается следующим образом:

$$h_K = h_{\max} (2p_c/bHB)^{1/\nu}, \quad (5.29a)$$

где  $p_c$  — контурное давление.

Учитывая (5.11), получим

$$f = f_m + 0,55\nu(\nu - 1)k_1 \left(\frac{h_{\max}}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{2p_c}{bHB}\right)^{1/2\nu} \quad (5.30)$$

или, считая, что  $0,55\nu(\nu - 1)k_1 = 0,4$ ,

$$f = f_m + 0,4(h_{\max}/b^{1/\nu}R)^{1/2} (2p_c/HB)^{1/2\nu}.$$

При  $\nu = 2$  коэффициент трения незначительно возрастает, при  $\nu = 3$  коэффициент трения от нагрузки практически не изменяется.

При пластических деформациях в зонах касания в случае насыщения контакта коэффициент трения в зависимости от величины внедрения и средних касательных напряжений на границе раздела, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, выражается уравнением (5.15). Соотношение между нормальной нагрузкой и величиной сближения между поверхностями трущихся тел определяется формулой (2.30), из которой следует, что при скольжении в зоне насыщения контакта

$$\nu e - (\nu - 1) \varepsilon_{кр} = 2p_c/b\varepsilon_{кр}^{\nu-1} HB. \quad (5.31)$$

Подставляя (5.31) в (5.15), получим

$$f = f_m + 0,76 \left(\frac{h_{\max}}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{p_c}{HB}\right)^{1/2}. \quad (5.32)$$

Сравнивая формулы (5.32) и (5.30), можно отметить, что при насыщении контакта молекулярная составляющая остается такой же, как и в зоне ненасыщенного контакта. Деформационная



составляющая в зоне насыщения, во-первых, не зависит от распределения неровностей по высоте, так как в показатель степени при  $p_c$  не входит показатель кривой опорной поверхности  $\nu$ , и, во-вторых, значительно интенсивнее, чем в зоне ненасыщенного контакта, изменяется при изменении нормальной нагрузки.

*Пластический контакт с упрочнением.* Предположим, что материал будет упрочняться с одинаковой степенью в вертикальном и тангенциальном направлениях. Можно предположить, что в этом случае формула (5.11) будет справедлива в первом приближении. При пластическом контакте с упрочнением, согласно исследованиям Н. Б. Демкина [43], учитывая, что  $\varepsilon_k = 2^{1+(\nu+\omega)}\varepsilon_{ст}$ ,

$$h_k = h_{\max} (2^{1-\omega} R^\omega N / b h_{\max}^{\omega} A_c k_3 H_y)^{1/(\nu+\omega)},$$

а удельное давление

$$p_r = p_c^{\omega/(\nu+\omega)} (h_{\max} H_y k_3 / 2^{1-\omega} R^\omega b^{\omega, \nu})^{1/(\nu+\omega)},$$

где  $H_y$  — максимальная твердость по Мейеру, получаемая, когда диаметр отпечатка равняется диаметру шара;  $\omega$  — коэффициент, характеризующий упрочнение материала,  $\omega = (n/2) - 1$ ;  $n$  — показатель степени в законе Мейера;  $k_3$  — коэффициент, зависящий от  $\omega$  и  $\nu$  и определяемый приближенным интегрированием. Значения  $k_3$  приведены в табл. 7, взятой из [43].

Таблица 7

$\omega$	$\nu$						
	1	1,5	2	2,5	3	4	5
0,3	1	0,92	0,86	0,78	0,73	0,71	0,7
0,4	1	0,9	0,83	0,75	0,7	0,66	0,64
0,5	1	0,88	0,8	0,72	0,67	0,62	0,58
0,6	1	0,86	0,77	0,66	0,6	0,57	0,53
0,7	1	0,84	0,74	0,62	0,56	0,52	0,47
0,8	1	0,82	0,71	0,58	0,52	0,47	0,43

Подставляя  $h_k$  и  $p_r$  в (5.11), получим

$$f = \frac{\tau_0 (2^{1-\omega} R^\omega b^{\omega/\nu})^{\nu/(\nu+\omega)}}{(h_{\max}^{\omega} k_3 H_y r_c^{\omega/\nu})^{\nu/(\nu+\omega)}} + \beta + 0,4 \left( \frac{h_{\max}}{R} \right)^{1/2} \left( \frac{2^{1-\omega} R^\omega r_c}{b h_{\max}^{\omega} k_3 H_y} \right)^{1/2(\nu+\omega)} \quad (5.33)$$

Из формулы (5.33) следует, что при увеличении нагрузки деформационная составляющая коэффициента трения возрастает в степени  $1/2 (\nu + \omega)$ , а молекулярная составляющая уменьшает-

ся обратно пропорционально  $p_c^{1/(v+\omega)}$ . В зависимости от того, какая составляющая будет преобладать в общем коэффициенте трения, он может падать, быть постоянным и увеличиваться с нагрузкой. При  $h_k/R = 0,005$  деформационной составляющей коэффициента трения, как показывает анализ, можно пренебречь, и формула (5.33) значительно упростится:

$$f = \tau_0 \left( \frac{2^{1-\omega} b^{\omega} R^{\omega} A_c^{\omega/v}}{h_{\max}^{\omega} N^{\omega} k_3 H_y} \right)^{v/(v+\omega)} + \beta$$

или, обозначив  $(2^{1-\omega} b^{\omega} R^{\omega} / h_{\max}^{\omega} k_3 H_y)^{v/(v+\omega)} = k_2$ , получим

$$f = \frac{\tau_0 k_2}{p_c^{\omega/(v+\omega)}} + \beta, \quad (5.34)$$

т. е. коэффициент трения с увеличением нагрузки будет уменьшаться. В этом случае формула (5.34) аналогична формуле Рубенштейна [331, 332].

*Упругий контакт.* При исследовании зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки при упругих деформациях в зонах касания необходимо учитывать [164] модуль упругости менее жесткого материала трущейся пары, а также степень насыщенности контакта. В общем случае для начальной части кривой опорной поверхности в зависимости от межмолекулярных взаимодействий в зонах фактического касания, физико-механических свойств материалов трущейся пары и микротопографии поверхности коэффициент трения в зависимости от нагрузки выражается уравнением (5.23). Для того чтобы получить формулу для определения коэффициента трения, величину сближения в (5.23) выразим через нормальную нагрузку. Согласно [98] фактическая площадь касания при упругом контакте в статике и при скольжении будет неизменной, следовательно, соотношение между сближением и нагрузкой при скольжении будет таким же, как и в статике. По Н. Б. Демкину [43],

$$h = [5p_c R^{1/2} (1 - \mu^2) h_{\max}^v / b v (v - 1) k_1 E]^{2/(2v+1)}.$$

Подставляя выражение для  $h$  в (5.23), получим

$$f = \frac{2,4\tau_0}{p_c^{1/(2v+1)}} \left[ \frac{b^{1/2} (1 - \mu^2) R^{1/2}}{v (v - 1) k_1 h_{\max}^{1/2} E \cdot 5^{1/2v}} \right]^{2v/(2v+1)} + \beta + \frac{0,4\alpha_{\text{эф}}}{v^2 - 1} [5p_c (1 - \mu^2) h_{\max}^v / (k_1 v)^{2v+2} b E (v - 1) R^v]^{1/(2v+1)}. \quad (5.35)$$

Для наиболее типичных видов обработки поверхности  $v = 2$ ,  $b = 2$ , тогда

$$f = \frac{2,4\tau_0}{p_c^{0,2}} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} \right)^{0,8} \left( \frac{R}{h_{\max}} \right)^{0,4} + \beta + 0,2\alpha_{\text{эф}} p_c^{0,2} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} \right)^{0,2} \left( \frac{h_{\max}}{R} \right)^{0,4}.$$

Таким образом, молекулярная составляющая силы трения с увеличением нормальной нагрузки уменьшается, а деформационная составляющая увеличивается. Поэтому в зависимости от состояния поверхностей (величин  $\tau_0$ ,  $\beta$  и  $\nu$ ,  $b$ ,  $h_{\max}/R$ ) и физико-механических свойств менее жесткого тела трущейся пары коэффициент трения может возрастать или сначала падать, затем, проходя через минимум, возрастать. Прохождение коэффициента трения при увеличении нагрузки через минимум наблюдается только при небольших значениях  $\tau_0/E = 10^{-4} \div 10^{-5}$  и в том случае, когда менее жесткое тело трущейся пары изготовлено из материала с невысоким модулем упругости. Если  $\tau_0/E$  достаточно большое, что приводит к преобладанию в общем коэффициенте трения молекулярной составляющей, то при увеличении контурного давления происходит монотонное уменьшение коэффициента трения. При очень маленьких значениях  $\tau_0/E$  и  $\beta$  возможно монотонное увеличение коэффициента трения при возрастании  $p_c/E$ . Выше отмечалось, что если менее жесткое тело трущейся пары обладает невысоким модулем упругости, то минимум коэффициента трения будет наблюдаться при сближениях между поверхностями, определяемых уравнением (5.24), что будет соответствовать контурному давлению

$$p_c = \frac{0,2bv(\nu - 1)k_1R^\nu}{h_{\max}^\nu} \left[ \frac{6\tau_0(\nu + 1)(1 - \mu^2)^{(2\nu-1)/(2\nu+1)}}{\alpha_{\text{эф}}E^{(2\nu-1)/(2\nu+1)}} \right]^{(2\nu+1)/2}. \quad (5.36)$$

Подставляя значение контурного давления в формулу (5.35), получим минимальное для данной трущейся пары в данных условиях значение коэффициента трения, которое будет определяться выражением (5.25). Из (5.36) видно, что положение минимума на кривой зависимости коэффициента трения от контурного давления зависит от условий работы трущейся пары, микротопографии поверхности более жесткого и физико-механических свойств менее жесткого элемента трущейся пары. Контурное давление, соответствующее минимальному значению коэффициента трения, в зависимости от  $\tau_0/E$  при различных  $\alpha$  приведено на рис. 83. Из рис. 83 видно, что уменьшение межмолекулярного взаимодействия твердых тел (что обеспечивается обычно смазкой и другими факторами) приводит к тому, что минимум коэффициента трения будет наблюдаться при меньших значениях контурного давления. Увеличение коэффициента гистерезисных потерь или модуля упругости приводит к увеличению контурного давления, соответствующего минимальному значению коэффициента трения. Для более грубых поверхностей минимальное значение коэффициента трения достигается при меньших значениях контурного давления по сравнению с поверхностями, обработанными более чисто. Полученные выше закономерности изменения коэффициента внешнего трения при упругом контакте справедливы только в зоне ненасы-

щенного контакта, т. е. когда число неровностей в контакте меньше числа неровностей на контурной площади касания. В зоне насыщения закон изменения составляющих коэффициента трения в зависимости от величины сближения с точностью до постоянных совпадает с аналогичными зависимостями в зоне ненасыщенного контакта, однако соотношение между нормальной нагрузкой и величиной сближения между поверхностями изменяется значительно. Для нахождения зависимости коэффициента трения от

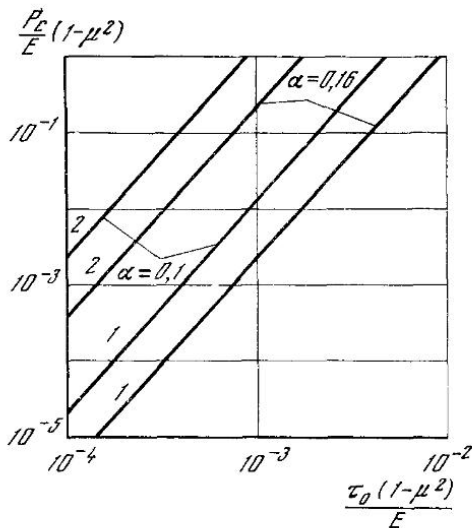


Рис. 83

1 —  $h_{\max}/Rb^{1/3} = 0,15$ ;

2 — 0,07

нормальной нагрузки подставим в формулу (5.27) вместо  $\varepsilon_{cp}$  ее значение через нагрузку и получим

$$f = \frac{2,1\tau_0(1-\mu^2)^{2/3}}{\pi^{1/3}p_c^{1/3}E^{2/3}} \left(\frac{R}{h_{\max}}\right)^{1/3} + \beta + 0,35\alpha_{\text{эф}} \left(\frac{h_{\max}}{R}\right)^{1/3} \frac{p_c^{1/3}(1-\mu^2)^{1/3}}{E^{1/3}}. \quad (5.37)$$

Из (5.37) следует, что в зоне насыщения контакта на соотношение между коэффициентом трения и нормальной нагрузкой распределение микронеровностей по высоте не влияет, т. е. коэффициент трения в этом случае не зависит от показателей кривой опорной поверхности, а зависит только от конфигурации микронеровностей (отношения  $h_{\max}/R$ ).

В случае достаточно больших  $\tau_0$  и  $\beta$  в зоне насыщения контакта деформационной составляющей можно пренебречь. Тогда коэффициент трения будет уменьшаться при увеличении контурного давления обратно пропорционально  $p_c^{1/3}$  или, учитывая, что  $p_c = N/A_c$ , обратно пропорционально  $N^{1/3}$ . В экспериментах, проведенных рядом исследователей [4, 325], получены аналогичные за-

зависимости. Резкой границы изменения коэффициента трения от нагрузки при насыщенном и ненасыщенном контактах не наблюдается, так как переход к насыщенному контакту происходит плавно.

В зоне насыщения контакта минимум коэффициента трения будет иметь место при контурных давлениях

$$p_c = 0,09\tau_0^{3/2} (1 - \mu^2)^{1/2} R / \alpha^{3/2} E^{1/2} h_{\max}. \quad (5.38)$$

Таким образом, при упругом контакте для материалов, обладающих невысоким модулем упругости, коэффициент трения в общем случае проходит при увеличении контурного давления через минимум.

Для материалов, обладающих высоким модулем упругости, деформационная составляющая коэффициента трения обычно пренебрежимо мала по сравнению с молекулярной. Следовательно, если менее жесткий элемент трущейся пары обладает достаточно высоким модулем упругости, то коэффициент трения в зависимости от нагрузки будет выражаться следующим образом:

$$f = \frac{2,4\tau_0}{p_c^{1/(2\nu+1)}} \left[ \frac{b^{1/2\nu} (1 - \mu^2) R^{1/2}}{\nu(\nu-1) k_1 h_{\max}^{1/2} E^{5/2\nu}} \right]^{2\nu/(2\nu+1)} + \beta \quad (5.39)$$

или для наиболее типичных видов обработки поверхности

$$f = \frac{2,4\tau_0 (1 - \mu^2)^{0,8} R^{0,4}}{p_c^{0,2} E^{0,8} h_{\max}^{0,4}} + \beta.$$

В данном случае коэффициент трения обратно пропорционален нормальной нагрузке в степени 0,2, что удовлетворительно совпадает с зависимостью, полученной Арчардом [245], согласно которой показатель степени изменяется от 0,17 до 0,24. С достаточным приближением полученный результат совпадает с данными Шалламаха [333], согласно которому  $f_M \approx k/N^{0,15}$ , где  $k$  — некоторый коэффициент.

При изменении нормальной нагрузки в широком диапазоне коэффициент трения для материалов, обладающих высоким модулем упругости, также проходит через минимум. Рассмотрим данную закономерность на примере, когда менее жесткий элемент трущейся пары изготовлен из металла.

При нагрузках, вызывающих в зонах фактического касания упругие деформации, коэффициент трения, как следует из уравнения (5.39), с увеличением нагрузки уменьшается. Уменьшение коэффициента трения происходит за счет уменьшения его молекулярной составляющей. Деформационная составляющая, хотя она и пренебрежимо мала, с увеличением нагрузки возрастает. Упругие деформации в зоне касания имеют место при внедрениях, определяемых формулой (2.37а). При дальнейшем увеличении нагрузки в зоне касания начинают появляться и развиваться пластические деформации и, наконец, при  $h_k/R$ , определяемых

формулой (2.40а), деформации становятся пластическими. Начиная с этого момента, средние напряжения на контакте остаются постоянными и равными твердости по Бринелю менее жесткого элемента трущейся пары.

В этом случае молекулярная составляющая коэффициента трения не зависит от нагрузки, а деформационная составляющая с увеличением нагрузки увеличивается, что приводит к возрастанию общего коэффициента трения. Поэтому коэффициент трения

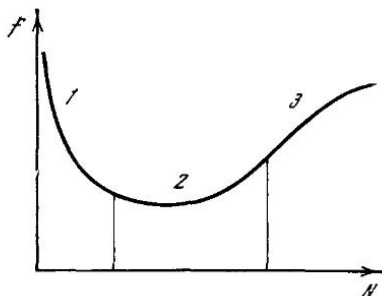


Рис. 84. Зависимость коэффициента внешнего трения от нормальной нагрузки

с увеличением нагрузки уменьшается при упругом контакте, проходит через минимум в диапазоне контурных давлений

$$\frac{2,4^{(2\nu+1)} 2^{\nu} b^{\nu} (\nu - 1) k_1 R^{\nu} H B^{2\nu+1}}{5 h_{\max}^{\nu} E^{2\nu}} \leq P_c \leq 5,4^{\nu} \frac{b}{2} \left( \frac{R}{h_{\max}} \right)^{\nu} \times \frac{H B^{2\nu+1} (1 - \mu^2)^{2\nu}}{E^{2\nu}},$$

соответствующих упругопластическому контакту, а затем возрастает при пластическом контакте.

Таким образом, наиболее общей зависимостью коэффициента трения от нормальной нагрузки является прохождение коэффициента внешнего трения через минимум при увеличении нормальной нагрузки (рис. 84). Участок 1 кривой, приведенный на рис. 84, соответствует упругим деформациям в случаях, когда молекулярная составляющая коэффициента трения является преобладающей. Участок 2 соответствует либо упругопластическим деформациям в зонах касания для материалов, обладающих высоким модулем упругости, либо заметному влиянию деформационной составляющей на общий коэффициент трения для материалов, имеющих низкий модуль упругости. Зона 3 соответствует пластическим деформациям на контакте для материалов, обладающих высоким модулем упругости, или преобладанию деформационной составляющей коэффициента трения для материалов, имеющих низкий модуль упругости. При упругом контакте для материалов, обладающих невысоким модулем упругости, минимум коэффициента трения объясняется преобладанием над молекулярной составляющей

щей деформационной в общем коэффициенте трения, а для материалов, обладающих высоким модулем упругости, — вырождением при увеличении нагрузки упругих деформаций в зонах касания в пластические. Экспериментально при изучении коэффициента трения минимум зависимости  $f$  от контурного давления получен рядом исследователей [27, 30, 31, 42, 161, 301].

Полученные выше расчетные формулы для определения коэффициента трения сравнивались с результатами экспериментов,

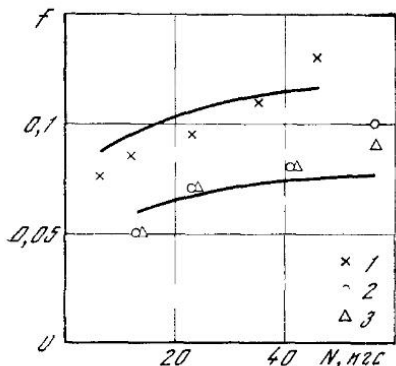


Рис. 85

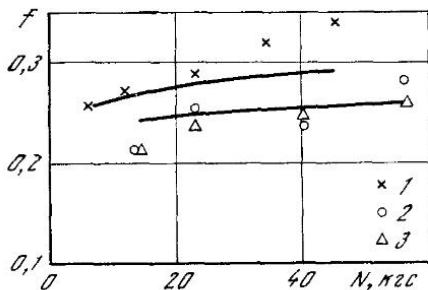


Рис. 86

(обозначения те же, что на рис. 85)

проведенных нами и другими исследователями. Последовательно разберем случаи пластического и упругого контактов.

При контактировании шероховатой жесткой поверхности с пластически деформируемой гладкой коэффициент трения должен возрастать с увеличением нагрузки по следующей зависимости:

$$f = f_m + kN^{1/2\nu}.$$

Сравнение теоретической зависимости с экспериментальными данными Г. Я. Рамишвили приведено на рис. 85, 86. Сплошные линии обозначают теоретическую зависимость коэффициента трения от нагрузки, а отдельные точки — экспериментальные данные. Каждая точка является средним арифметическим результатов пяти — шести измерений.

Эксперименты проводились на специальной установке по методике, описанной выше. Молекулярная составляющая коэффициента трения определялась вычитанием из общего коэффициента трения деформационной составляющей и при расчетах принималась постоянной. Деформационная составляющая коэффициента трения вычислялась по формуле

$$f_d = 0,4 (h_{\max}/R)^{1/2} (2p_c/bHV)^{1/2\nu}. \quad (5.40)$$

Величины  $h_{\max}$ ,  $R$ ,  $b$  и  $\nu$  получены для соответствующих шероховатых поверхностей экспериментально на основании профилограммы. На рис. 85 приведено сравнение расчетных значений коэффициента трения с экспериментальными величинами, полученными при скольжении торца цилиндрического образца из стали У8, имеющего поверхность, обработанную ( $R_z = 30$  мкм) по полированным торцам образцов, изготовленных из свинца 1, меди 2 и армо-железа 3. Следует отметить, что аналогичные данные получены на образцах кадмия, алюминия и других материалов.

Результаты, приведенные на рис. 86, получены в аналогичных условиях с той лишь разницей, что поверхность твердого образца была обработана на шкурке ( $R_z = 10$  мкм). Из рис. 85, 86 следует, что эксперименты дают удовлетворительное совпадение с расчетом. Максимальная погрешность составляет (см. рис. 85) для свинца 18,5%, для армо-железа 16%.

*Упругий контакт.* Для материалов, обладающих невысоким модулем упругости, сравнительно легко достигается состояние насыщения контакта. Поэтому при упругом контакте проводилась экспериментальная оценка зависимости коэффициента трения от нагрузки в зоне ненасыщенного и насыщенного контактов.

Для проверки зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки при упругом контакте на установке ГП совместно с В. П. Гореловым были проведены эксперименты по исследованию трения резины по шероховатым поверхностям металлических образцов. Металлическими образцами служили эталоны для определения класса чистоты поверхности. Нагрузки на трущуюся пару выбирались таким образом, чтобы контактное давление было меньше значения  $p_{с\text{кв}}/E$  для данного класса шероховатой поверхности (см. формулу (2.21)). Значения параметров кривой опорной поверхности  $b$  и  $\nu$  выбирались для каждого класса чистоты поверхности по профилограммам, снятым с поверхностей этих плиток. Для того чтобы избежать изменения условий на контакте при изменении температуры, испытания проводились при небольших скоростях скольжения ( $\sim 3$  см/сек).

Использовались резины трех видов с различным модулем упругости. Испытания проводились без смазки и со смазкой. Смазкой служил водный раствор мыла.

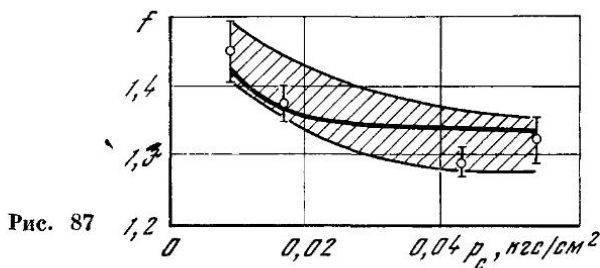
Плоский металлический образец (эталонная плитка) скользил по резиновому бруску толщиной 20 мм, который использовался для того, чтобы исключить влияние подложки (станции прибора) на процесс внешнего трения. Металлический образец закреплялся в специальной оправке, которая с помощью тяг соединялась с силовым измерительным устройством. Нижний образец из резины закреплялся на подвижной станции прибора.

При перемещении нижнего образца увлекался верхний металлический образец, вызывая прогиб пластинчатых пружин с наклеенными на них тензодатчиками. По величине прогиба определялась сила трения.



Результаты испытания при нагрузках, при которых имеет место ненасыщенный контакт, приведены на рис. 87 (пара трения сталь 3 — резина).

На рис. 87 сплошной линией проведена теоретическая кривая, рассчитанная по формуле (5.35), заштрихованной областью обозначены результаты экспериментов. Отдельные точки внутри заштрихованной области обозначают экспериментально вычисленные средние арифметические значения коэффициентов внешнего



трения. Вертикальная прямая около точки означает разброс экспериментальных данных.

Теоретическая кривая строилась при некоторых постоянных значениях  $\tau_0$  и  $\beta$ . Значения  $\tau_0$  и  $\beta$  определялись по методике, изложенной выше. Определенные по данной методике значения  $\tau_0$  и  $\beta$  совпадали с данными, полученными на приборе ОТ-1, и в дальнейшем принимались во всех расчетах неизменными. Такое допущение справедливо, так как материалы и условия испытаний были идентичные. Однако в некоторых случаях, например для резин с модулем упругости  $45 \text{ кгс/см}^2$ , величина  $\tau_0$  и  $\beta$  для поверхностей контртела, обработанных по грубому классу, несколько ниже значений  $\tau_0$  и  $\beta$ , полученных для пары, в которой использовался образец с достаточной чистотой поверхности. Коэффициент гистерезисных потерь для данного типа резины  $\alpha = 0,1$ , модуль упругости  $E = 30 \div 120 \text{ кгс/см}^2$ , коэффициент Пуассона равен  $0,5$ . Результаты расчета показали, что в условиях испытаний при данных значениях  $\tau_0$ ,  $\beta$ ,  $h_{\text{max}}$ ,  $R$ ,  $E$  и  $\alpha$  деформационной составляющей коэффициента трения можно пренебречь, так как она составляет меньше 1% общего коэффициента трения, и вычислять последний только по одной молекулярной составляющей.

Как показали эксперименты, скольжение не было плавным. При определении силы трения бралось значение, среднее между максимумом и минимумом. Путем деления силы трения на нормальную нагрузку определялся общий коэффициент трения. Коэффициент трения вычислялся при шести — восьми различных нагрузках, при каждой из которых испытания проводились пять — семь раз.

На рис. 88 приведены результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных для насыщенного контакта (пара трения

сталь 3 — резина). Коэффициент трения рассчитывался по формуле (5.37). Необходимые для расчета значения  $h_{\max}$  и  $R$  принимались на основании профилограмм. Величины  $\tau_0$  и  $\beta$ , входящие в формулу, принимались одинаковыми с величинами  $\tau_0$  и  $\beta$  при ненасыщенном контакте.

На рис. 88 сплошными линиями изображены расчетные значения коэффициента трения при данных  $\tau_0$  и  $\beta$ , используемых нагрузках и микро топографии поверхностей. Отдельными точками

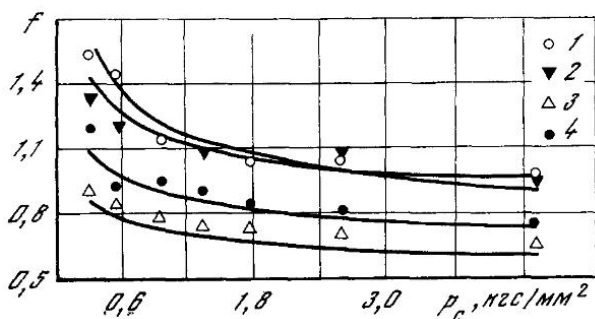


Рис. 88. Зависимость коэффициента внешнего трения от контурного давления 1 — торцевое фрезерование (7 кл.); 2, 3 — шлифование плоское (9 и 6 кл.); 4 — строгание (7 кл.)

изображены экспериментально найденные величины коэффициента трения. Каждая точка является средним арифметическим результатов пяти — семи измерений. Из приведенного графика видно, что расчетные значения удовлетворительно совпадают с экспериментальными. Следовательно, в зоне насыщения контакта уравнение (5.37) удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости, и предположения, сделанные при выводе этого уравнения, справедливы.

Исследуя трение пластмасс при высоких удельных нагрузках и малых скоростях скольжения, С. Б. Айнбиндер с сотрудниками [4] установил, что коэффициент трения с увеличением нормальной нагрузки уменьшается обратно пропорционально  $N^{1/2}$ . Анализ показал, что в диапазоне нормальных нагрузок, используемых в экспериментах, достигается состояние насыщения контакта. Если предположить, что деформационной составляющей в экспериментах С. Б. Айнбиндера можно пренебречь, то его данные также подчиняются уравнению (5.37).

Таким образом, при оценке зависимости коэффициента трения от нормальной нагрузки необходимо различать, во-первых, какие материалы используются в данном фрикционном узле (с высоким или низким модулем упругости), во-вторых, в каких режимах будет работать проектируемый фрикционный узел в зоне насыщения

контакта или в зоне, соответствующей начальной части кривой опорной поверхности, в-третьих, какие деформации будут иметь место при выбранных нагрузках в зонах фактического касания при трении (упругие, упругопластические или пластические).

### § 3. О соотношении между молекулярной и деформационной составляющими коэффициента внешнего трения покоя

Из уравнений (5.30), (5.32), (5.35), (5.37) следует, что коэффициент трения как при пластическом, так и при упругом контакте равен сумме двух составляющих — молекулярной и деформационной. В отечественной и зарубежной литературе существует много споров относительно того, какая из составляющих будет превалирующей в общем коэффициенте трения.

Определим соотношение между молекулярной и деформационной составляющими в общем коэффициенте трения, рассматривая пластический и упругий контакт.

*Пластический контакт.* Соотношение между молекулярной и деформационной составляющими в коэффициенте трения будет зависеть [307] в основном от четырех факторов: 1) от условий работы данной трущейся пары (величин  $\tau_0$  и  $\beta$ ); 2) применяемых нагрузок (контурного давления  $p_c$ ); 3) микротопографии поверхности ( $b$ ,  $\nu$  и  $h_{\max}R$ ); 4) физико-механических свойств трущейся пары.

При пластических деформациях в зонах касания средние нормальные напряжения на контакте остаются постоянными при изменении нагрузки, действующей на трущиеся тела. Поэтому молекулярная составляющая коэффициента трения, обусловленная молекулярными взаимодействиями на границе раздела трущихся тел в зонах фактического касания, при неизменных  $p_c$  будет постоянной и не будет зависеть ни от нормальной нагрузки, ни от шероховатости поверхности (см. формулу (4.9)).

Деформационная составляющая с увеличением контурного давления возрастает, изменяясь согласно формуле (5.40). Поэтому в зависимости от величины прилагаемой нагрузки при всех прочих равных условиях роль молекулярной и деформационной составляющих в общем коэффициенте трения будет изменяться при изменении условий работы трущейся пары. При небольших контурных давлениях, соответствующих небольшим величинам сближения, в общем коэффициенте трения преобладает молекулярная составляющая. Увеличение контурного давления приводит к увеличению деформационной составляющей коэффициента трения, которая становится равной молекулярной составляющей при

$$p_c/HB = [f_m/0,55\nu(\nu - 1)k_1]^{2\nu} \left( \frac{Rb^{1/\nu}}{h_{\max}} \right)^\nu. \quad (5.41)$$

Изменение контурного давления, соответствующего равенству  $f_m = f_d$  в зависимости от молекулярной составляющей коэффициента трения, приведено на рис. 89 при различных значениях микротопографии поверхности. Как следует из рис. 89, увеличение чистоты поверхности приводит к увеличению контурного давления, при котором наблюдается равенство в общем коэффициенте трения молекулярной и деформационной составляющих. Выше кривых, приведенных на рис. 89, в общем коэффициенте трения

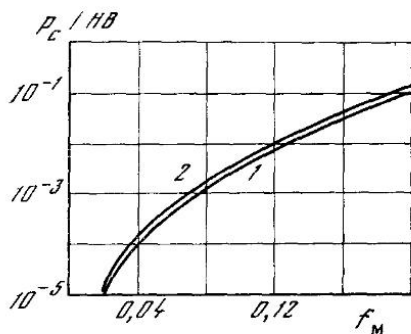


Рис. 89. Зависимость контурного давления от  $f_m$

1 —  $Rb^{1/2}/h_{\max} = 70$ ;  
2 — 50

преобладает деформационная составляющая коэффициента трения, ниже — молекулярная составляющая.

В зоне насыщения контакта деформационная и молекулярная составляющие будут равны при

$$p_c / HB = 1,7 f_m^2 R / h_{\max}. \quad (5.42)$$

Из формул (5.41) и (5.42) становятся понятными утверждения английских исследователей, полагающих, что коэффициент трения обусловлен только адгезией в зоне касания. Проводя эксперименты при сравнительно небольших нагрузках и используя инденторы достаточно большого радиуса кривизны поверхности, они получают такие величины внедрения, при которых молекулярная составляющая коэффициента трения является действительно преобладающей. Однако по данным Шутера и Тейбора [337, 351], исследовавших трение пластмасс при уменьшении радиуса кривизны индентора, роль деформационной составляющей коэффициента трения возрастает.

Учитывая, что при трении реальных поверхностей радиусы микронеровностей малы и молекулярная составляющая коэффициента трения при обычных условиях работы невелика, получим, что деформационная составляющая может составлять значительную часть общего коэффициента трения.

Таким образом, практически для всех величин внедрений деформационная составляющая оказывает влияние на общий коэффициент трения, поэтому пренебрежение ею при внешней трении

по сравнению с молекулярной составляющей [254, 256, 319] необходимо и справедливо только при малых внедрениях и относительно большой величине средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями.

*Упругий контакт.* В данном случае будем рассматривать соотношение между молекулярной и деформационной составляющими коэффициента трения только для материалов, обладающих невысокими модулями упругости, так как у материалов с высокими модулями упругости, деформационной составляющей можно пренебречь (см. выше).

При упругом контакте доли молекулярной и деформационной составляющих в общем коэффициенте трения также будут изменяться с изменением нагрузки. Молекулярная составляющая коэффициента трения при увеличении нормальной нагрузки будет падать, а деформационная — монотонно возрастать. Ориентировочно можно считать, что контурное давление, соответствующее минимуму коэффициента трения (см. формулу (5.36)), будет приблизительно равно давлению, при котором  $f_m = f_d$ . При упругом контакте деформационная составляющая проявляется заметно только при малых значениях  $\tau_0/E$ , в остальных случаях преобладающей является молекулярная составляющая, поэтому  $f_m$  может равняться  $f_d$  только при малых  $\tau_0/E$ .

#### § 4. Коэффициент внешнего трения покоя как функция физико-механических свойств материала

Изменение коэффициента трения в зависимости от физико-механических характеристик трущихся тел важно знать при подборе материалов для узлов трения и при создании новых материалов. Полученные выше расчетные формулы позволяют аналитически получить зависимость коэффициента трения от твердости более мягкого элемента трущейся пары при пластическом контакте и зависимость коэффициента трения от модуля упругости при упругом контакте.

*Пластический контакт.* Так как коэффициент трения является суммой двух составляющих, то при оценке его зависимости от твердости более мягкого материала трущейся пары рассмотрим изменение от твердости каждой составляющей. Молекулярная составляющая коэффициента трения (4.9) совпадает с молекулярной составляющей коэффициента трения для единичного индентора. Эта составляющая при неизменных  $\tau_0$  и  $\beta$  уменьшается при увеличении твердости более мягкого элемента трущейся пары. Проведенные эксперименты (см. главу 4) показали, что уравнение (4.9) удовлетворительно описывает изменение молекулярной составляющей коэффициента трения в зависимости от твердости при неизменных  $\tau_0$  и  $\beta$ . Деформационная составляющая коэффициента трения с увеличением твердости также незначительно

уменьшается, изменяясь по следующей закономерности:

$$f_{\text{д}} = 0,4 (h_{\text{max}}/Rb^{1\nu})^{1/2} (p_c/HB)^{1/2\nu}. \quad (5.43)$$

Таким образом, суммарный коэффициент трения при увеличении твердости более мягкого элемента трущейся пары уменьшается за счет как молекулярной, так и деформационной составляющих коэффициента трения. Изменение общего коэффициента трения в зависимости от твердости при постоянных  $\tau_0$  и  $\beta$  приведено на рис. 90. По оси абсцисс отложено отношение твердостей к некоторой условной твердости  $HB_0$ , по оси ординат — общий коэффициент трения. Величина  $HB_0$  численно равна твердости материала, по отношению к которому ведется сравнение коэффициента трения. Расчеты коэффициентов трения, приведенных на рис. 90, производились при следующих значениях параметров, входящих в формулы (4.9) и (5.43):  $\nu = 2$ ,  $b = 2$ ,  $h_m/R = 0,16$ ,  $k_1 = 0,4$ ,  $p_c = 0,02HB_0$ ,  $\tau_0 = 0,1 HB_0$ ,  $\beta = 0,05$ .

Такая закономерность изменения коэффициента трения в зависимости от твердости материала обусловлена тем, что при увеличении твердости более мягкого элемента трущейся пары уменьшается, при неизменной нагрузке, площадь фактического касания. Это приводит при постоянных  $\tau_0$  и  $\beta$  к уменьшению молекулярной составляющей силы трения  $T_a = \tau_0 A_r + \beta HBA_r$  и, следовательно, к уменьшению молекулярной составляющей коэффициента трения. Наряду с этим уменьшение площади касания приводит к уменьшению величины внедрения жестких микронеровностей в поверхность более мягкого материала. Поэтому при увеличении твердости более мягкого материала трущейся пары уменьшается толщина деформируемого при внешнем трении поверхностного слоя более мягкого тела, что приводит к уменьшению деформационных составляющих силы трения и коэффициента трения.

Уменьшение коэффициента трения, наблюдающееся при увеличении твердости более мягкого материала трущейся пары, отмечалось экспериментально во многих исследованиях [24, 172, 182, 210, 300, 318 и др.].

Полученные расчетные зависимости коэффициента трения от твердости проверялись нами экспериментально для единичного индентора и реальных тел.

Для практики важно оценить зависимость коэффициента трения от твердости в том случае, когда более мягкие элементы трущейся пары изготовлены из разных материалов, обладающих различной твердостью. Как показывают эксперименты, величины  $\tau_0$  и  $\beta$  при этом не остаются постоянными для различных материалов. Поэтому зависимость коэффициента трения от твердости для таких материалов будет отличаться от уравнений (5.43) и (4.9). В этом случае изменение коэффициента трения в зависимости от твердости можно оценивать при одинаковой молекулярной составляющей. Для многих металлов, как показывают эксперименты, молекулярная составляющая на воздухе  $f_m = 0,08 \div 0,14$

Нами было проведено исследование изменения общего коэффициента трения в зависимости от твердости более мягкого элемента трущейся пары при условии постоянства молекулярной составляющей коэффициента трения и было проведено сравнение результатов расчета с экспериментами применительно к скольжению поверхностей.

Рис. 90. Зависимость коэффициента внешнего трения от твердости более мягкого материала трущейся пары

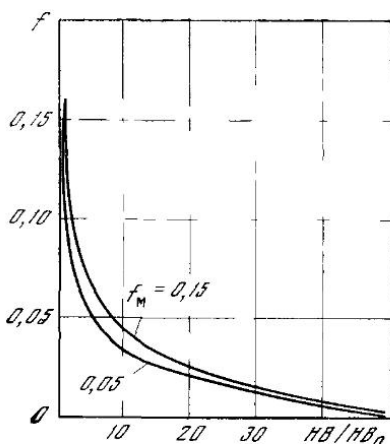
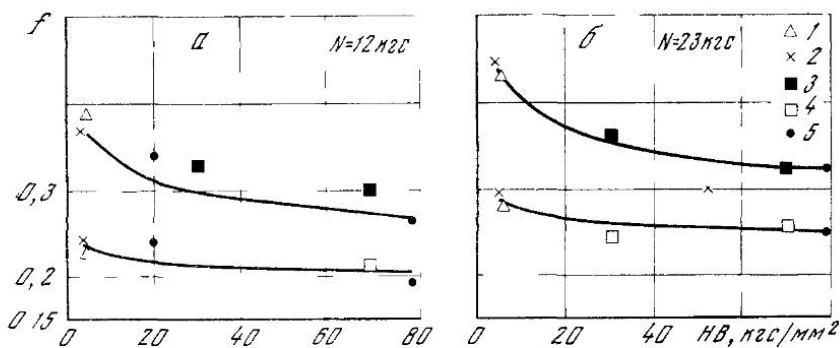


Рис. 91. Зависимость коэффициента внешнего трения от твердости

1 — олово, 2 — свинец; 3 — алюминий; 4 — медь; 5 — армко-железо



При этом были использованы экспериментальные данные, полученные совместно с Г. Я. Рамишвили [187] на специальном приборе (см. рис. 26). Результаты сравнения приведены на рис. 91. Сплошной линией изображены расчетные значения коэффициента трения, полученные для  $\nu = 2$ . Расчет производился при постоянных значениях  $b$ ,  $h_{\max}$ ,  $R$  и молекулярной составляющей коэффициента трения. Отдельными точками изображены результаты экспериментов.

При проведении экспериментов один образец, имеющий шероховатую поверхность, изготовленный из стали У8, был закален до твердости  $HR_c = 59$ . Образцы, изготовленные из более мягких

материалов, имели перед началом полированную рабочую поверхность. Из рис. 91 следует, что результаты расчетов качественно удовлетворительно совпадают с результатами экспериментов. Некоторое расхождение расчетных и экспериментальных данных объясняется различием в значениях молекулярной составляющей коэффициента трения, которая принималась при расчетах постоянной.

Аналогичная зависимость коэффициента трения от твердости получена английскими исследователями Годдардом и Вилманом [292] при исследовании трения абразивной шкурки по поверхностям различных металлов и рядом других исследователей [24, 221, 352]. Испытанные металлы имели большой диапазон изменения твердости.

Приведенные выше зависимости справедливы в том случае, когда число микронеровностей в контакте меньше числа микронеровностей на контурной площади касания, т. е. когда контакт ненасыщен. В зоне насыщения расчетная формула для определения коэффициента трения отличается от аналогичной формулы для ненасыщенного контакта только деформационной составляющей.

Молекулярная составляющая коэффициента трения изменяется в зависимости от твердости одинаково как при насыщенном, так и при ненасыщенном контакте. Деформационная составляющая коэффициента трения в зоне насыщения, равная

$$f_d = 0,76 (h_{\max}/R)^{1/2} (p_c/HV)^{1/2}, \quad (5.44)$$

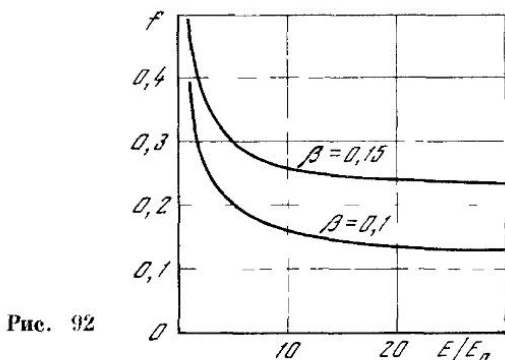
с твердостью изменяется более значительно. Поэтому общий коэффициент трения при пластическом контакте в зоне насыщения будет более интенсивно изменяться при изменении твердости более мягкого элемента трущейся пары.

Таким образом, если изменять твердость более мягкого материала трущейся пары, оставляя неизменным его химический состав, то коэффициент трения при увеличении твердости уменьшается, как за счет изменения молекулярной, так и за счет изменения деформационной составляющих. Если твердость более мягкого элемента трущейся пары уменьшается за счет изменения материала, то коэффициент трения увеличивается за счет деформационной составляющей. Молекулярная составляющая при этом может увеличиваться, уменьшаться или оставаться неизменной.

*Упругий контакт.* Рассмотрим изменение коэффициента трения в зависимости от изменения модуля упругости при постоянных значениях параметров  $\tau_0$  и  $\beta$ , характеризующих средние касательные напряжения на границе раздела. В этом случае изменение модуля упругости менее жесткого материала трущейся пары приводит к изменению реального давления в зонах касания, что при постоянной нормальной нагрузке вызывает изменение фактической площади касания и изменение средних касательных напряжений  $\tau_n$ , так как они зависят от давления в зонах касания. При этом также происходит изменение величины внедрения. Фак-



тическая площадь касания и средние касательные напряжения на границе раздела обуславливают молекулярную и деформационную составляющие силы трения. Как показывает анализ, реальное давление на контакте при скольжении шероховатой поверхности по поверхности упругого полупространства с увеличением модуля упругости увеличивается пропорционально  $E^{2\nu/(2\nu+1)}$ . Увеличение модуля упругости приводит при постоянной нормальной нагрузке к уменьшению площади фактического касания  $\sim 1/E^{2\nu/(2\nu+1)}$  и одновременному возрастанию средних касатель-



ных напряжений согласно (3 24). Эти два процесса приводят к тому, что молекулярная составляющая коэффициента трения при увеличении модуля упругости менее жесткого материала трущейся пары уменьшается. В результате этого при неизменных  $\tau_0$  и  $\beta$  молекулярная составляющая коэффициента в зависимости от модуля упругости будет изменяться следующим образом:

$$f_m = 2,4\tau_0/P_c^{1/(2\nu+1)} \times \\ \times [b^{1/2\nu} (1 - \mu^2)^{1/2} R^{1/2} / \nu (\nu - 1) k_1 h_{\max}^{1/2} E^{1/2} 5^{1/2\nu}]^{2\nu/(\nu+1)} + \beta.$$

Деформационная составляющая силы трения также уменьшается при увеличении модуля упругости менее жесткого элемента трущейся пары, так как возрастание модуля упругости приводит при постоянной нагрузке к возрастанию реального давления и уменьшению площади касания, а следовательно, и к изменению величины деформируемого при скольжении поверхностного слоя. Деформационная составляющая коэффициента трения, равная отношению деформационной составляющей силы трения к нормальной нагрузке, при увеличении модуля упругости тоже уменьшается, изменяясь по следующей зависимости:

$$f_d = [0,4\alpha_{\text{эф}}/(\nu^2 - 1)] \left[ \frac{5\rho_c (1 - \mu^2) h_{\max}^\nu}{(k_1\nu)^{2\nu+2} bE (\nu - 1) R^\nu} \right]^{1/(2\nu+1)}.$$

Таким образом, общий коэффициент трения с увеличением модуля упругости менее жесткого материала трущейся пары уменьшается вследствие уменьшения молекулярной и деформационной составляющих коэффициента трения. Изменение общего коэффициента трения в зависимости от изменения модуля упругости приведено на рис. 92. По оси абсцисс на рис. 92 отложены отношения модулей упругости  $E$  к некоторому условному модулю упругости  $E_0$ , по отношению к которому ведется сравнение. Расчеты проводились при следующих значениях параметров, входящих в приведенные выше формулы:  $\tau_0 = 0,02 E_0$ ,  $p_c = 0,02 E_0$ ,  $h_{\max}/R = 0,16$ ,  $\mu = 0,5$ ,  $\alpha_{\text{эф}} = 0,3$ ,  $\nu = 2$ ,  $b = 2$ ,  $\beta = 0,15$ .

При больших значениях  $\tau_0$  и малых  $\beta$  происходит более интенсивное падение коэффициента трения при увеличении модуля упругости, чем при малых  $\tau_0$  и значительных  $\beta$ . В зоне насыщения контакта зависимость коэффициента трения от модуля упругости проявится более резко, так как показатель степени при  $E$  будет выше аналогичного показателя в зоне ненасыщенного контакта. Эксперименты, проведенные Е. Ф. Непомнящим и Д. Г. Луарсабишвили [182], подтвердили полученные зависимости коэффициента трения от модуля упругости менее жесткого тела.

### § 5. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от микротопографии поверхности

Шероховатость поверхности характеризуется [43, 58, 196] конфигурацией неровностей (отношение  $h_{\max}/R$ ), распределением последних по высоте и степенью заполнения профиля, что выражается показателями кривой опорной поверхности. Как показали исследования В. С. Комбалова [83], наиболее универсальным критерием оценки микротопографии поверхности является комплекс  $h_{\max}/Rb^{1/\nu}$ . Величина данного комплекса при увеличении чистоты обработки поверхности, характеризуемой величиной  $R_z$  (рис. 93), уменьшается.

На изменение коэффициента трения, происходящее вследствие изменения шероховатости поверхности, значительно влияет вид деформаций, имеющих место в зонах реального контакта. Поэтому последовательно разберем два случая, когда в зонах реального касания наблюдаются упругие и пластические деформации.

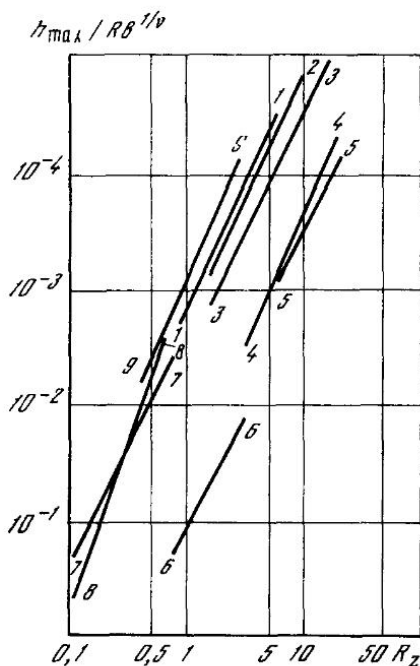
*Пластический контакт.* В этом случае молекулярная составляющая коэффициента трения не зависит от микротопографии поверхности (см. формулу (4.9)), а зависит только от физико-механических характеристик трущихся тел.

Деформационную составляющую коэффициента трения можно записать в виде (5.43).

Следовательно, при увеличении чистоты поверхности трущихся тел происходит уменьшение коэффициента трения. Эти данные находятся в некотором несоответствии с экспериментами, полу-

**Рис. 93.** Изменение величины  $h_{\max}/Rb^{1/2}$  от шероховатости поверхности для различных видов обработки [83]

- 1 — круглое шлифование;
- 2 — внутреннее шлифование;
- 3 — плоское шлифование;
- 4 — точение;
- 5 — торцевое фрезерование;
- 6 — полирование;
- 7 — доводка цилиндрических поверхностей;
- 8 — доводка плоскостей;
- 9 — хонингование



ченными рядом исследователей [16, 60, 207, 208]. Согласно С. А. Сухову [207, 208], при увеличении чистоты обработки поверхности коэффициент трения сначала уменьшается, затем, проходя через минимум, возрастает. Однако это противоречие кажущееся, так как увеличение чистоты обработки поверхности приводит к перераспределению реального давления. Давление перераспределяется таким образом, что в зонах фактического касания пластические деформации вырождаются в упругопластические и упругие, а, как было показано выше, в диапазоне такого вида деформаций уменьшение реального давления, т. е. в данном случае уменьшение шероховатости поверхности, может приводить к увеличению коэффициента трения. Следовательно, прохождение коэффициента трения через минимум при увеличении класса чистоты поверхности является не противоречием, а подтверждением теории. Таким образом, в общем случае при исходном пластическом контакте и неизменной нормальной нагрузке коэффициент трения с увеличением чистоты обработки поверхности проходит через минимум, падая в зоне пластического и возрастая в зоне упругого контактов, получающихся в результате перераспределения реальных давлений.

Оценку изменения коэффициента трения в зависимости от шероховатости поверхности целесообразно проводить, используя комплекс  $h_m/Rb^{1/2}$  только в начальной части кривой опорной по-

верхности, так как в расчетную формулу для определения коэффициента трения в области насыщения контакта (уравнение (5.32)) показатель кривой опорной поверхности не входит. Таким образом, в зоне насыщения контакта необходимо оценивать изменение коэффициента трения в зависимости от шероховатости поверхности, используя отношение  $h_{\max}/R$ . Из уравнения (5.32) следует, что в зоне насыщения контакта деформационная составляющая с увеличением отношения  $h_{\max}/R$  уменьшается, а молекулярная остается неизменной.

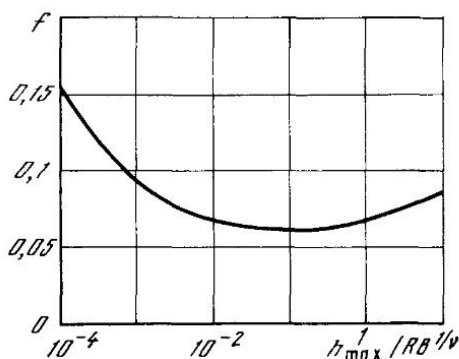


Рис. 94

*Упругий контакт.* Изменение коэффициента трения при изменении микрошероховатости поверхности при упругом контакте будет зависеть от модуля упругости материала. Для материалов, обладающих высоким модулем упругости, деформационной составляющей коэффициента трения можно пренебречь и при расчете коэффициента трения пользоваться молекулярной составляющей. Последнюю в зависимости от комплекса шероховатости можно выразить следующим образом:

$$f_m = (2,4\tau_0/p_c^{1/(2\nu+1)})[(1 - \mu^2) 1,25/5^{1/2\nu} E]^{2\nu/(2\nu+1)} (Rb^{1/\nu}/h_{\max})^{\nu/(2\nu+1)} + \beta.$$

Следовательно, при увеличении чистоты поверхности материалов, обладающих высоким модулем упругости, например металлов, молекулярная составляющая коэффициента трения будет увеличиваться (при  $h_{\max}/Rb^{1/\nu} < 10^{-2}$ , см. рис. 94). По иному изменится коэффициент трения для материалов, обладающих невысоким модулем упругости. В этом случае при определении коэффициента трения учитывают как молекулярную, так и деформационную составляющие коэффициента трения, которые зависят от микрошероховатости поверхности. Если молекулярная составляющая при уменьшении шероховатости поверхности возрастает, то деформационная составляющая

$$f_d = [0,4\alpha_{\text{эф}}/(\nu^2 - 1)] [5p_c(1 - \mu^2)/(k_1\nu)^{2\nu+2}(\nu - 1) E]^{1/(2\nu+1)} \times (h_{\max}/Rb^{1/\nu})^{\nu/(2\nu+1)}$$

уменьшается. Поэтому суммарный коэффициент трения при уменьшении шероховатости поверхности может и увеличиваться и уменьшаться в зависимости от преобладания деформационной или молекулярной составляющих коэффициента трения. В общем случае коэффициент трения при уменьшении шероховатости поверхности проходит через минимум (см. рис. 94) уменьшаясь вследствие уменьшения деформационной составляющей коэффициента трения и возрастая за счет молекулярной  $\mu = 0,5$ . Кривая на рис. 94 рассчитана при  $\nu = 2$ ,  $p_c/E = 10^{-2}$ ,  $\alpha_{эф} = 0,25$ ,  $\tau_0/E = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\beta = 0,05$ ,  $\mu = 0,5$ .

Положение минимума на кривой коэффициента трения — комплекс  $h_{\max}/l^{1/\nu}R = \Delta$  можно определить, взяв частную производную  $df/\partial\Delta$  и приравняв ее нулю,

$$h_{\max}/Rb^{1/\nu} = (k_1\nu)^{1/\nu} / 5^{1/\nu} p_c^{1/\nu} (\nu - 1)^{(2\nu-1)/2\nu} \times \\ \times [6\tau_0(\nu^2 - 1)(1 - \mu^2)^{(2\nu-1)/(2\nu+1)} / \alpha_{эф} E^{(2\nu-1)/(2\nu+1)}]^{(2\nu+1)/2\nu}.$$

Для наиболее типичных видов обработки поверхностей, применяемых в машиностроении,  $\nu = 2$ , следовательно,

$$h_{\max}/Rb^{1/2} = 15\tau_0^{5/4} (1 - \mu^2)^{3/4} / p_c^{1/2} E^{3/4} \alpha_{эф}^{5/4}.$$

Таким образом, значение комплекса, соответствующее минимальному значению коэффициента трения, будет зависеть как от условий работы данной пары величин  $\tau_0$ ,  $p_c$ , так и от физико-механических характеристик менее жесткого материала трущейся пары  $\alpha$ ,  $E$ . Наибольшее влияние на положение минимума оказывают средние касательные напряжения на границе раздела и физико-механические характеристики трущейся пары  $\alpha$  и  $E$ .

В зоне насыщения при упругом контакте изменение коэффициента трения в зависимости от микротопографии поверхности так же, как и в зоне насыщения при пластическом контакте, следует оценивать, используя отношение  $h_{\max}/R$ . При насыщенном контакте, который будет наблюдаться только для материалов, обладающих небольшим модулем упругости, молекулярная составляющая коэффициента трения при уменьшении отношения  $h_{\max}/R$  будет возрастать, а деформационная падать.

Рассуждая, как и в случае ненасыщенного контакта, можно показать, что и в случае насыщения для материалов, обладающих невысоким модулем упругости, коэффициент трения в зависимости от отношения  $h_{\max}/R$  проходит через минимум. Значение  $h_{\max}/R$ , соответствующее минимальному коэффициенту трения, определяется с использованием понятия об экстремуме функции:

$$h_{\max}/R = 8\tau_0^{3/2} (1 - \mu^2)^{1/2} / E^{1/2} p_c \alpha_{эф}^{3/2}.$$

В зоне насыщения контакта значение  $h_{\max}/R$ , соответствующее минимуму коэффициента трения, также зависит от условий

работы  $\tau_0$  и  $p_c$  и от физико-механических характеристик трущейся пары.

Полученные зависимости коэффициента трения в зависимости от шероховатости поверхности были проверены экспериментально В. С. Комбаловым на установке ГП. В качестве образцов, имеющих шероховатую поверхность, использовались эталонные плитки для определения класса чистоты поверхности, изготовленные из стали. Менее жесткие образцы были изготовлены из фторопласта, поликапроамида, капрона и других пластмасс.

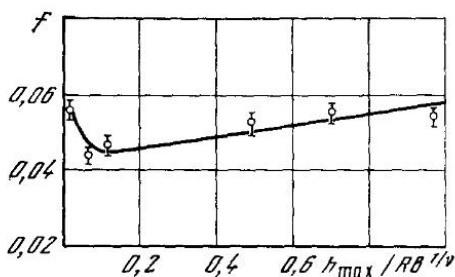


Рис. 95

Подготовленные образцы устанавливались в специальный держатель на прибор ГП. Рабочие поверхности перед проведением экспериментов промывались спиртом. Нормальная нагрузка на трущееся тела задавалась с помощью грузиков. Нагрузка выбиралась таким образом, чтобы у пластмасс в зонах фактического касания имели место упругие деформации. Эксперименты проводились при трении с различными нагрузками и при небольших скоростях скольжения (около нескольких см/мин). Сила трения регистрировалась с помощью проволочных датчиков сопротивления усилителя и осциллографа.

Результаты экспериментов приведены на рис. 95, где сплошной линией изображена расчетная зависимость коэффициента трения от шероховатости поверхности, отдельными точками — результаты экспериментов. Каждая точка является средним арифметическим результатом пяти — шести измерений. Величина комплекса  $\Delta$  для плитки определенной шероховатости определялась с помощью обработки профилограмм, снятых в одном направлении, и построения кривой опорной поверхности в относительных координатах по методике Крагельского — Демкина [110]. Вертикальными сплошными линиями показан разброс данных в экспериментах.

Как видно из рис. 95, расчетная зависимость удовлетворительно совпадает с экспериментальными результатами. Величины  $\tau_n$ , необходимые для расчета, определялись экспериментально на приборе ОТ-1. Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных зависимостей показывает, во-первых, что формулы, предложенные для определения коэффициента трения,

достаточно правильно описывают явления, наблюдаемые на практике, во-вторых, средние касательные напряжения на границе раздела, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями и определяемые на одношариковом трибометре ОТ-1, равны средним касательным напряжениям в зонах фактического контакта при трении твердых тел. Аналогичные данные получены на других материалах.

## § 6. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от температуры

Полученные выше формулы для расчета коэффициента трения позволяют определить его только в том случае, когда температура в зоне касания твердых тел при скольжении небольшая. В инженерной практике встречаются трущиеся пары, работающие в условиях достаточно высоких температур.

Зависимость коэффициента трения от температуры применительно к конкретным парам и материалам достаточно хорошо исследована [41, 25, 40, 41, 71, 226, 317], однако почти отсутствуют работы, в которых на основании теории трения объяснялись бы наблюдаемые зависимости.

Трущиеся тела нагреваются за счет энергии, рассеиваемой при внешнем трении. Температура трущихся тел, как это следует из [85, 86, 241, 246, 251, 296, 297], зависит от коэффициента трения между телами. Сам коэффициент трения является наряду с другими параметрами функцией температуры трущихся тел. Поэтому при исследовании внешнего трения необходимо уравнение для расчета температуры рассматривать совместно с уравнениями, учитывающими зависимость коэффициента трения от температуры [228]. Данное исследование не ставится в настоящей работе.

Учитывая, что расчет температуры в зонах касания (см., например, [85, 86]) разбирается в большом количестве исследований, в данном параграфе не рассматривается изменение температуры в зависимости от силы или коэффициента трения, а приводятся результаты изучения коэффициента внешнего трения покоя как функции температуры трущихся пар. Рассмотрим физические процессы, происходящие в зоне касания единичной жесткой микронеровности, скользящей по полупространству, нагретому в результате трения до температуры  $T_{об}$ .

Согласно [227, 254] необходимо различать температуру на поверхности трущихся тел, так называемую поверхностную температуру  $T_{пов}$ , и температуру основного объема тел (объемную температуру)  $T_{об}$ .

Так как трение обусловлено двумя процессами: деформированием тонкого поверхностного слоя внедрившимися микронеровностями и межмолекулярными взаимодействиями в зонах реального касания, то необходимо рассмотреть, как изменяются обе составляющие в зависимости от  $T$ . Можно предположить, что при

увеличении температуры трущихся тел молекулярная и деформационная составляющие силы будут изменяться, следуя каждой своей закономерности. К такому выводу приводит и анализ работ [22, 262, 310]. Поэтому рассмотрим изменение с температурой каждой составляющей коэффициента трения. Так как для высокоэластичных материалов при упругом контакте зависимость коэффициента трения (по существу зависимость молекулярной составляющей коэффициента трения) для высокоэластичных материалов подробно рассмотрена Г. М. Бартевым с сотрудниками [41, 43, 62, 218], то ниже рассмотрим зависимость коэффициента трения от температуры при пластическом контакте.

Молекулярная составляющая коэффициента трения зависит от физико-механических характеристик трущихся тел и средних касательных напряжений на границе раздела твердых тел, деформационная составляющая коэффициента трения — от микротопографии поверхности более жесткого элемента. Изменение микротопографии поверхности при изменении температуры практически не влияет на  $f_d$ , поэтому для определения  $f_d = \psi(T)$  необходимо знать температурную зависимость твердости материала по Бринелю. С увеличением температуры трущихся тел происходит их размягчение, в результате чего твердость падает [36, 137, 298]. Уменьшение твердости, происходящее при увеличении температуры, приводит к увеличению сближения между поверхностями. В результате этого толщина деформируемого поверхностного слоя увеличивается, следовательно, увеличивается и деформационная составляющая силы и коэффициента трения. При расчете деформационной составляющей коэффициента трения используется твердость материала по Бринелю.

Для количественной оценки изменения твердости материала по Бринелю в зависимости от изменения температуры предложен [23, 138—140, 234—236, 284, 309, 350] ряд аналитических зависимостей. Достаточно простой и в то же время хорошо соответствующей экспериментам является зависимость, предложенная В. П. Шишкиным с сотрудниками [234—236], согласно которой

$$HB = HB_0 \exp(-\alpha' \Delta T_0), \quad (5.45)$$

где  $\alpha'$  — некоторый коэффициент, равный

$$\alpha' = (\ln HB_{T_{02}} - \ln HB_{T_{01}}) / (T_{02} - T_{01});$$

$T$  — температура, °С;  $HB_{T_{02}}$ ,  $HB_{T_{01}}$  — твердости материала, соответствующие температурам  $T_{02}$  и  $T_{01}$ ;  $HB_0$  — твердость материала в условиях, по отношению к которым производится сравнение.

С учетом изменения твердости от температуры деформационную составляющую коэффициента трения можно выразить [174] следующим образом:



а) для единичного индентора

$$f_{\text{д}} = \frac{0,31}{R} \left[ \frac{N \exp(\alpha' \Delta T_{\text{об}})}{HB_0} \right]^{1/2};$$

б) для множественного контакта

$$f_{\text{д}} = 0,4 \left( \frac{h_{\text{max}}}{R} \right)^{1/2} \left[ \frac{2P_c \exp(\alpha' \Delta T_{\text{об}})}{bHB_0} \right]^{1/2\nu} = f_{\text{д}0} e^{\alpha' \Delta T_{\text{об}}/2\nu}.$$

Таким образом, с увеличением температуры деформационная составляющая увеличивается пропорционально  $\exp(\alpha' \Delta T_{\text{об}}/2\nu)$ .

Молекулярная составляющая коэффициента трения изменяется с температурой по более сложному закону, что обусловлено наличием двух процессов, зависящих от температуры и происходящих в зонах фактического контакта. Размягчение, происходящее при увеличении температуры трущихся тел, приводит к увеличению площади, на которой образуются молекулярные соединения. Увеличение фактической площади касания обусловлено повышением объемной температуры трущихся тел. Наряду с увеличением площади фактического касания происходит уменьшение тангенциальной прочности молекулярной связи. Причем изменение тангенциальной прочности молекулярной связи обусловлено поверхностной температурой  $T_{\text{пов}}$ . Как показали эксперименты, данную зависимость по аналогии с (5.45) можно выразить как

$$\tau_{\text{п}} = \tau_{\text{п}0} \exp(-\gamma \Delta T_{\text{п}}), \quad (5.46)$$

где  $\gamma$  — некоторый коэффициент,  $\gamma = (\ln \tau_{\text{п}2} - \ln \tau_{\text{п}1}) / (T_{\text{п}2} - T_{\text{п}1})$ ;  $\tau_{\text{п}2}$ ,  $\tau_{\text{п}1}$  — тангенциальная прочность молекулярной связи, соответствующая поверхностным температурам  $T_{\text{п}2}$  и  $T_{\text{п}1}$ ;  $\tau_{\text{п}0}$  — тангенциальная прочность молекулярной связи в условиях, по отношению к которым производится сравнение.

Тогда молекулярная составляющая коэффициента трения, зависящая от температуры, будет выражаться в зависимости от объемной и поверхностной температур следующим образом:

$$f_{\text{м}} = \frac{\tau_{\text{п}0}}{HB_0} \exp(\alpha \Delta T_0 - \gamma \Delta T_{\text{п}}) = f_{\text{м}0} \exp(\alpha \Delta T_0 - \gamma \Delta T_{\text{п}}).$$

В зависимости от того, что будет интенсивнее изменяться при увеличении температуры — твердость материала или тангенциальная прочность молекулярной связи, молекулярная составляющая с увеличением температуры может падать или возрастать. В первом приближении можно считать, что температура на поверхности трения равна  $T_{\text{п}} = \psi T_{\text{об}}$ , где  $\psi$  — некоторый коэффициент. Тогда молекулярная составляющая коэффициента трения в зависимости от температуры выразится следующим образом:

$$f_{\text{м}} = f_{\text{м}0} \exp[\Delta T_{\text{об}}(\alpha - \gamma\psi)]. \quad (5.47)$$

Из (5.47) следует, что при  $\gamma\psi > \alpha$  молекулярная составляющая коэффициента трения с увеличением объемной температуры трущихся тел уменьшается, при  $\gamma\psi < \alpha$  возрастает.

Общий коэффициент трения в зависимости от температуры изменяется по уравнению

$$f = f_{m_0} \exp[\Delta T_{об}(\alpha - \gamma\psi)] + 0,4 \left(\frac{h_{max}}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{2n_c}{bHB_0}\right)^{1/2\nu} \exp(\alpha\Delta T_{об})$$

или

$$f = \exp(\alpha\Delta T_{об})(f_{m_0} \exp(-\gamma_0 T_{об}) + f_{д_0}). \quad (5.48)$$

Таким образом, при изменении температуры в зависимости от соотношения между молекулярной и деформационной составляющими коэффициента внешнего трения, а также между поверхностной и объемной температурой трущихся тел общий коэффициент может падать, возрастать или проходить через минимум. Наиболее общей зависимостью является третья, а именно с наличием минимума.

Экспериментально минимум коэффициента трения при исследовании его зависимости от температуры отмечался в [22, 79, 173, 303, 317 и др.]. Однако указанную зависимость можно использовать только для однородных материалов в качестве первого приближения.

## РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ ПОКОЯ В РЕАЛЬНЫХ УЗЛАХ

### § 1. Расчет фрикционных дисковых муфт сцепления

Экспериментальное исследование трения твердых тел в лабораторных условиях показало, что теоретические зависимости коэффициентов трения от различных факторов достаточно удовлетворительно описывают результаты экспериментов. Используя полученные результаты, рассчитаем коэффициенты внешнего трения покоя для реального узла дисковой муфты сцепления и сравним данный расчет с результатами стендовых и натуральных испытаний.

Исследование проводилось на главной муфте сцепления и бортовых фрикционах скоростного трактора Т-74. Несмотря на обилие исследований по муфтам сцепления, до настоящего времени нет работ, в которых на основании современной теории внешнего трения производился бы расчет максимального при данном нажимном усилии момента, передаваемого муфтой. В основном исследования муфт сцепления включают:

1) изучение динамики процесса включения — выключение [82, 143, 185, 192, 204, 213, 230, 231];

2) исследование фрикционных материалов для муфт и описание конструкции муфт [9, 14, 21, 70, 118, 185, 327];

3) анализ режимов работы муфт и оценку влияния различных факторов на коэффициент трения в муфтах сцепления [73, 126, 144, 167];

4) расчет муфт сцепления [144, 145] исходя из передаваемого муфтой крутящего момента и коэффициента запаса муфты сцепления

$$K' = M_{\text{расч}}/M_{\text{ном}},$$

где  $M_{\text{расч}}$  — расчетный момент трения муфты сцепления;  $M_{\text{ном}}$  — номинальный крутящий момент.

По существу коэффициент запаса является «коэффициентом незнания» процессов, протекающих на фрикционном контакте в муфтах сцепления. На коэффициент запаса значительное влияние, согласно В. Я. Аниловичу [7], оказывает динамика работы трактора, жесткость трансмиссии и установленный на тракторе двигатель.

Коэффициент запаса можно вычислить теоретически, определив максимально возможный момент, который может передать муфта сцепления, т. е. момент, после которого начнется буксование муфты. Величина максимального крутящего момента будет зависеть от сил трения между ведомыми и ведущими элементами, которые обусловлены силами трения на единичных зонах фактического касания. Выше отмечалось, что на силу трения в индивидуальной зоне касания влияют многие факторы, в том числе вид деформации в зоне касания и микрогеометрическое очертание неровностей.

Так как обычно в муфтах применяются в качестве фрикционных материалов пластмассы, твердость которых намного меньше твердости ведущих элементов (например, в главной муфте сцепления трактора Т-74 твердость маховика и нажимного диска равна  $217 \text{ кгс/мм}^2$ , в то время как твердость пластмассовых накладок равна  $20-24 \text{ кгс/мм}^2$ , т. е. приблизительно на порядок ниже), то более твердые микронеровности ведущих элементов будут внедряться в поверхность накладок. В зонах фактического касания при этом развиваются напряжения, при которых появляются пластические деформации. Таким образом, процессы, протекающие на фрикционном контакте в муфте сцепления, соответствуют расчетной модели, описанной в главе 5. При расчете микронеровности поверхности будем рассматривать в виде шаровых сегментов одинакового радиуса  $R$ .

Для расчета максимального момента, который может передать муфта, рассмотрим тот момент времени, когда нажимное усилие достигает величины, соответствующей полному включению муфты. При этом необходимо помнить, что из-за дискретности контакта общий момент складывается из элементарных моментов сил, дей-

ствующих в участках фактического контакта, т. е.  $M = \sum_{i=1}^n M_i$ .

Расположение этих отдельных участков определить в настоящее время не представляется возможным, поэтому нами при определении момента трения сделаны следующие упрощения: 1) предположим, что в каждой точке контакта накладки с контртелом действуют некоторые усредненные касательные  $\tau$  напряжения, равные общей силе трения  $T$ , поделенной на площадь накладки, т. е.  $\tau = T/A_a$ ; 2) изменением момента в пределах элементарной площадки пренебрегаем. Тогда, применяя полярную систему координат с центром в центре диска, можно выразить элементарный момент трения следующим образом (рис. 96):

$$dM = \tau r^2 d\rho d\varphi. \quad (6.1)$$

В этой формуле неизвестны условные касательные напряжения  $\tau$ , для определения которых необходимо знать силу трения  $T$ . При определении силы трения будем полагать, что поверхность накладки абсолютно ровная, а материал маховика абсолютно жесткий. Основанием для первого предположения являются ре-

зультаты сравнения профилограмм, снятых с накладки и ведущего диска, которые показывают, что шероховатость диска значительно выше.

Второе предположение основывается на значительной разнице в механических свойствах материалов накладки и ведущих элементов.

Естественно, что указанные предположения вносят некоторую погрешность в определение силы трения, поэтому описанная

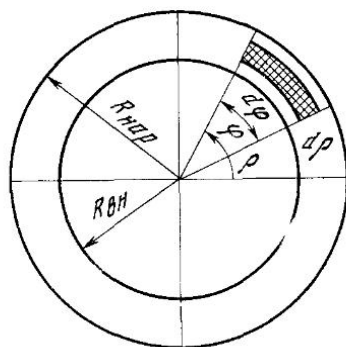


Рис. 96

выше модель контактирования принимается в качестве первого приближения.

При пластических деформациях в зонах касания сила трения будет обуславливаться, с одной стороны, деформированием тонкого поверхностного слоя, с другой — касательными напряжениями, возникающими в точках фактического контакта твердых тел.

Согласно исследованиям [125], сила трения в зависимости от относительной величины микроконтактной деформации будет равна:

$$T = \frac{0,84 A_a H B b v (v - 1) h_{\max}^{1/2} k_1 \varepsilon_k^{1/2}}{\pi R^{3/2}} + T_m, \quad (6.2)$$

где  $A_a$  — площадь накладки;  $T_m$  — составляющая силы трения, зависящая от касательных напряжений на границе раздела, появляющихся в результате межмолекулярных взаимодействий;  $T_m$  изменяется в зависимости от условий работы в пределах

$$0 < T_m \leq 0,16 H B A_a b \varepsilon_k^v.$$

Теоретически определить величину  $T_m$  в настоящее время не представляется возможным, поэтому ее необходимо определять экспериментально, используя для этого специальные приборы, или косвенно, вычитая из общей силы трения составляющую, обусловленную деформированием тонкого поверхностного слоя трущихся тел.

Так как в муфтах сцепления известен характер изменения нормальной нагрузки, то целесообразно определить зависимость мо-

мента трения от нагрузки. Для того чтобы выразить  $M = \psi(N)$ , необходимо выразить  $T$  как функцию нагрузки. Для этого выразим контактную деформацию в зависимости от  $N$  следующим образом:

$$\varepsilon = (2N/A_a bHB)^{1/\nu}.$$

Подставляя это выражение в (6.2), получим

$$T = \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\max}^{1/2} N^{(2\nu+1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} A_a^{1/2\nu} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + T_M.$$

Составляющая  $T_M$  прямо пропорциональна нагрузке, т. е.  $T_M = f_M N$ , где  $f_M$  — молекулярная составляющая коэффициента трения, зависящая от касательных напряжений на границе раздела.

В общем случае

$$T = \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\max}^{1/2} N^{(2\nu+1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} A_a^{1/2\nu} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + f_M N.$$

Тогда условные касательные напряжения

$$\tau = \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\max}^{1/2} N^{(2\nu-1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} A_a^{(2\nu+1)/2\nu} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + f_M \frac{N}{A_a}.$$

Учитывая, что  $N/A_a = p$ , где  $p$  — удельное давление, получим

$$\tau = \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\max}^{1/2} p^{(2\nu+1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + f_M p. \quad (6.3)$$

Таким образом, условные касательные силы увеличиваются с увеличением  $p$  и незначительно уменьшаются с увеличением твердости материала накладок.

Подставляя (6.3) в (6.1), выразим общий фрикционный момент

$$M = 2 \int_{R_{\text{вн}}}^{R_{\text{нар}}} \int_0^\pi dM = \frac{2\pi}{3} (R_{\text{нар}}^3 - R_{\text{вн}}^3) \times \\ \times \left[ \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\max}^{1/2} p^{(2\nu+1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + f_M p \right]. \quad (6.4)$$

С включением муфты величина  $p$  изменяется от нуля до некоторой конечной величины, в это время максимально возможный момент увеличивается от нуля до значения, определяемого формулой (6.4). Причем характер нарастания момента приблизительно аналогичен характеру нарастания удельного давления.

Момент, передаваемый многодисковой фрикционной муфтой, выражается следующим образом:

$$M = \frac{2\pi n}{3} (R_{\text{нар}}^3 - R_{\text{вн}}^3) \times \left[ \frac{0,84\nu(\nu-1)k_1 h_{\text{max}}^{1/2} p^{(2\nu+1)/2\nu} 2^{(2\nu+1)/2\nu}}{\pi R^{1/2} b^{1/2\nu} HB^{1/2\nu}} + f_m p \right], \quad (6.5)$$

где  $n$  — число пар трения в муфте.

Полученная формула для расчета момента трения в муфте не учитывает трения в шлицах ведомых и ведущих элементов, влияющего на  $p$ . Однако при небольшом количестве дисков (меньше 10), согласно [70], им можно пренебречь.

Если муфта состоит из большого числа дисков, то на усилие, сжимающее трущиеся поверхности, влияет трение в шлицах ведомых и ведущих дисков. В случае многодисковой муфты максимальный крутящий момент будет определяться по формуле, аналогичной формуле, полученной в [70]:

$$M = f' N R_c \left[ \sum_1^{n_1} \frac{\left(1 - f' f_1 \frac{R_c}{R_B}\right)^{(n_1-1)/2} \left(1 - f' f_1 \frac{R_c}{R_H}\right)^{(n_1-1)/2}}{\left(1 + f' f_1 \frac{R_c}{R_B}\right)^{(n_1-1)/2} \left(1 + f' f_1 \frac{R_c}{R_H}\right)^{(n_1-1)/2}} + \sum_1^{n_2} \frac{\left(1 - f' f_1 \frac{R_c}{R_B}\right)^{n_2/2} \left(1 - f' f_1 \frac{R_c}{R_H}\right)^{\frac{n_2}{2}-1}}{\left(1 + f' f_1 \frac{R_c}{R_B}\right)^{n_2/2} \left(1 + f' f_1 \frac{R_c}{R_H}\right)^{n_2/2}} \right], \quad (6.6)$$

где  $f_1$  — общий коэффициент трения в шлицах;  $f'$  — общий коэффициент трения на рабочих поверхностях фрикционных элементов муфты.

Подставляя в уравнение (6.5) наиболее типичные показатели кривой опорной поверхности  $\nu = 2$ ,  $b = 4$ ,  $h_{\text{max}} = 12,5 \text{ мк}$ ,  $R = 30 \text{ мк}$ , получим

$$M = \frac{2\pi n}{3} (R_{\text{нар}}^3 - R_{\text{вн}}^3) \left[ 0,25 \left(\frac{p}{HB}\right)^{1/4} + f_m \right]. \quad (6.7)$$

Полученная формула сравнивалась с результатами экспериментов, которые проводились на специальном стенде. Сравнение расчета с экспериментом осуществлялось в основном по коэффициентам трения. Сравнивая формулу (6.6) с обычной формулой, используемой для определения момента трения, коэффициент трения в формуле (6.7) можно выразить следующим образом:

$$f = 0,25 (p_c / HB)^{1/4} + f_m'. \quad (6.8)$$

Как показали результаты экспериментов, молекулярная составляющая коэффициента трения в процессе включения  $f_m = 0,07 \div 0,12$ .

## § 2. Анализ микрогеометрии поверхностей фрикционных элементов муфт сцепления

Исследуемой муфтой была главная муфта сцепления трактора Т-74, принципиальная схема которой приведена на рис. 97. Ведомые элементы муфты состоят из фрикционных накладок 5, изготовленных из фрикционной композиции КФ-2 и приклепанных заклепками к ступице. Ведущие элементы (маховик 1 и промежуточный диск 2) изготовлены из чугуна СЧ18-36. Нагрузка на трущиеся элементы прикладывается с помощью цилиндрических пружин сжатия 3, обеспечивающих достаточно равномерное распределение усилия по поверхности трущихся элементов. Включение и выключение муфты сцепления производится с помощью системы рычагов 4, 6, 7 и педали 8.

Расчету фрикционных дисковых муфт сцепления ввиду их большой распространенности посвящено весьма много исследований. Обычно при расчете этих муфт коэффициент трения задается постоянным, а микрогеометрия поверхностей практически не принимается во внимание, тогда как взаимодействие двух трущихся тел происходит в точках фактического контакта, который из-за волнистости и шероховатости трущихся тел дискретен. Силы, с которыми взаимодействуют трущиеся тела, зависят от конфигурации микронеровностей и характера деформации в точках касания. Поэтому для расчета момента трения муфты необходимо знать микрошероховатость поверхностей трущихся тел.

Для определения величин  $h_{\max}$  и  $R$  показателей кривой опорной поверхности  $b$  и  $v$  с рабочих поверхностей трущихся тел снимались профилограммы. Величины  $h_{\max}$  и  $R$  определялись по методике, изложенной выше, величины  $b$  и  $v$  определялись построением на основании профилограммы кривой опорной поверхности в логарифмических координатах и определения  $b$  и  $v$  по методике, предложенной Крагельским — Демкиным [110].

Профилограммы с рабочих поверхностей ведомых элементов снимались в неприработанном и приработанном состоянии на профилографе — профилометре «Калибр — ВЭИ». Анализ профилограммы показал, что по мере приработки шероховатость накладок значительно уменьшается. Снять профилограммы с рабочих поверхностей ведущих элементов в приработанном и неприработанном состоянии не представлялось возможным. Ввиду разницы в механических свойствах маховика и нажимного диска, с одной стороны, и накладок ведомых элементов, с другой стороны, шероховатость ведомых элементов в процессе испытаний практически не изменяется. Профилограммы, снятые с приработанных поверхностей накладок ведомых элементов показали, что их поверхность



в первом приближении можно считать абсолютно ровной, в то время как шероховатую поверхность ведущих элементов вследствие большого отличия в механических свойствах можно считать абсолютно жесткой. Вычисленные значения параметров шероховатости для нажимных дисков следующие:  $v = 2$ ,  $b = 4$ ,  $h_{\max} = 12,5 \text{ мк}$ ,  $R = 30 \text{ мк}$ .

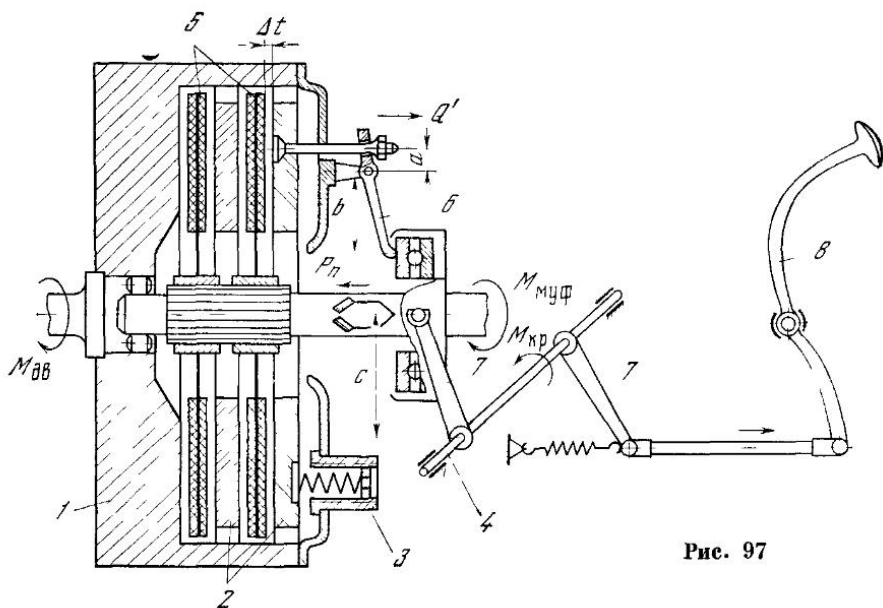


Рис. 97

Значения  $h_{\max}$  и  $R$  для накладок не определялись, так как микронеровности поверхности накладки в приработанном состоянии весьма малы по сравнению с высотой микронеровностей ведущих металлических элементов.

Следовательно, схема расчета коэффициента трения, предложенная выше, применима в этом случае.

### § 3. Оборудование и методика испытаний

Экспериментальное изучение трения в муфте сцепления проводилось в два этапа — стендовые и эксплуатационные испытания. Стендовые испытания главной муфты сцепления проводились В. Я. Юденко на специальном стенде ТИС-1 [15, 165] (рис. 98).

Стенд представляет собой раму трактора, на которой установлен двигатель внутреннего сгорания СМД-14 (1), являющийся источником, от которого с помощью исследуемой муфты 2 передается движение через карданный механизм 3, коробку передач 4 и механизм заднего моста 5 на полуоси 6. Последние с помощью

муфт с упругими элементами 7 соединены с ленточными тормозами 8, которыми осуществляется загрузка. Ленточные тормоза соединены с силоизмерительным устройством 11.

Загрузочный момент и момент, передаваемый муфтой, регистрировались с помощью проволочных датчиков сопротивления, наклеенных на вал муфты и ведущие полуоси конечной передачи. Проволочные датчики, наклеенные на вал муфты, соединялись через ртутный токосъемник с усилителем 8 АНЧ-7М. Сигналы тензодатчиков с помощью усилителя 8 записывались на ленту

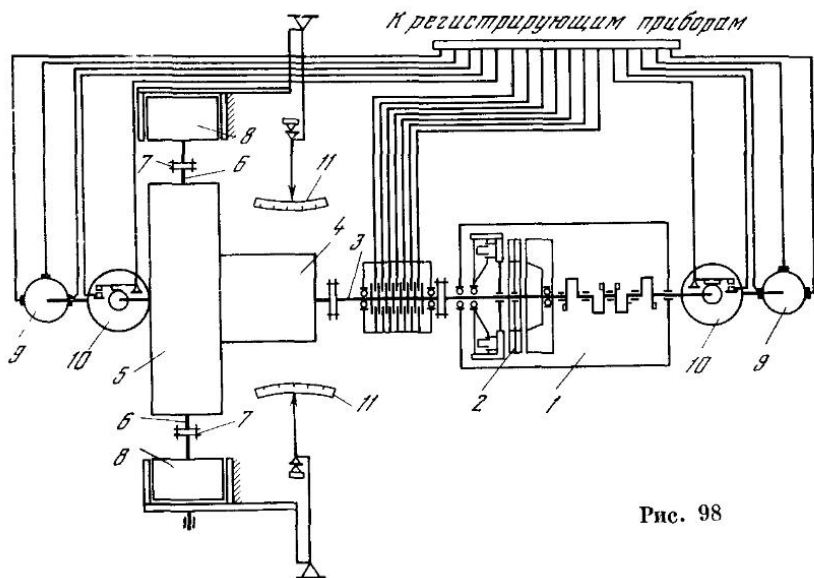


Рис. 98

осциллографа И-700. Нажимное усилие определялось с помощью тензодатчиков, наклеенных на валик вилки (4) (см. рис. 97).

Для определения величины буксования использовались малогабаритные тахогенераторы ТГП-1А и ТГП-3А (9) и восьмиразрывные прерыватели 10, соединенные с коленчатым валом двигателя и ведомым валом муфты сцепления.

Температура накладок муфты измерялась с помощью хромелькопелевых термомпар на поверхности по методу, предложенному А. В. Чичинадзе, Э. Д. Брауном, А. Г. Абакумкиным [229], и на глубине 1 мм. До и после испытаний проводилась тарировка всех перечисленных приборов и аппаратуры. Погрешность в показаниях приборов до и после измерений не превышала  $\pm 5\%$ .

Включение муфты характеризуется одновременным изменением на фрикционном контакте давления от нуля до некоторой величины, предусмотренной техническими условиями, скорости скольжения от  $v_{\max}$  до нуля; в то же время происходит изменение тем-

пературы на поверхности трения и объемной температуры контактирующих тел. Все эти процессы протекают за сравнительно короткий промежуток времени. Так как в период включения на коэффициент трения оказывают влияние давление, скорость скольжения и температура, то нами исследовалась каждая зависимость отдельно, по возможности исключая влияние других факторов.

Нагружение фрикционных поверхностей нормальным усилием в данной конструкции муфты осуществляется с помощью цилиндрических пружин сжатия, устанавливаемых в стаканы, закрепленные на упорном диске муфты. В обычных серийных муфтах пружины поджаты на некоторую величину, устанавливаемую техническими условиями, причем величину поджатия практически нельзя плавно регулировать. В исследуемой муфте, внешний вид которой приведен на рис. 97, для плавного изменения нажимного усилия были применены стаканы специальной конструкции 3, которые позволяли изменять нажимное усилие в широких пределах. На величину усилия, создаваемого пружинами, влияет трение в шлицах. Однако, как отмечалось выше, этим влиянием при числе пар трения меньше десяти можно пренебречь. Поэтому нами в дальнейшем за нормальную силу принималась суммарная сила нажатия 12 пружин без учета трения в шлицах.

Каждая из вставленных пружин была предварительно протарирована и поджималась на величину, обеспечивающую требуемое удельное давление и равномерное распределение давления по поверхности нажимного диска. Исследование муфты производилось при шести значениях удельных давлений (от 0,31 до 1,15 кгс/см<sup>2</sup>).

Испытания на стенде ТИС-1 осуществлялись в два этапа. Первый состоял в оценке влияния на коэффициент трения отдельно температуры, скорости относительного скольжения и нормальной нагрузки, на втором этапе исследовалось изменение коэффициента трения в процессе включения, когда все перечисленные выше параметры изменяются.

Для исключения влияния неравномерности нарастания нажимного усилия от включения к включению была использована электрогидравлическая система управления муфтой, позволяющая изменять, строго контролируя, скорость нарастания нажимного усилия при включении.

Для создания необходимого температурного режима работы муфты сцепления в картере муфты имелись вентиляционные окна, через которые производился интенсивный обдув муфты холодным воздухом.

#### § 4. Зависимость коэффициента трения от скорости скольжения, температуры и удельного давления

Как отмечалось выше, при включении муфты сцепления одновременно происходят процессы, по-разному влияющие на коэффициент трения. Предлагаемая формула для расчета коэффициента трения только учитывает влияние на него механических свойств трущихся тел, микрошероховатости поверхности и нагрузки на трущиеся тела. Так как нам не была известна зависимость механических свойств от температуры и скорости относительного скольжения, а также неизвестно, насколько поверхностная и объемная температура изменяются в процессе одного включения, то предварительно была проведена оценка влияния на коэффициент трения скорости скольжения и температуры.

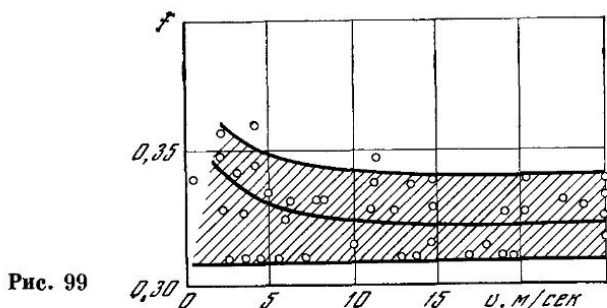
*Скорость скольжения.* При исследовании зависимости коэффициента трения от скорости скольжения максимальное удельное давление было постоянным и равным  $p = 0,31 \text{ кгс/см}^2$ .

Эксперименты осуществлялись следующим образом. При работающем двигателе включалась муфта сцепления. После включения проходил определенный промежуток времени, в течение которого ведомые и ведущие элементы вращались как одно целое. По показаниям термопар следили, чтобы температура на поверхности трения снизилась до значения, которое имели фрикционные элементы перед испытанием. Данная предосторожность предпринималась для исключения возможности влияния температуры на коэффициент трения.

Как только рабочие поверхности трущихся элементов достаточно охлаждались, производилось плавное загрузке муфты крутящим моментом, который задавался с помощью торможения полуосей заднего моста. Полуоси заднего моста с помощью главной передачи и коробки передач соединялись с ведомым валиком муфты сцепления. Торможение осуществлялось до полного буксования муфты сцепления. Время перемещения рычага управления загрузочными тормозами равнялось 5—6 сек и было выбрано с таким расчетом, чтобы исключить возможность возникновения больших пиковых динамических нагрузок на загрузочных тормозах. По мере увеличения торможения ведомых частей муфты происходит незначительное снижение числа оборотов вала двигателя. Дальнейшее увеличение загрузочного момента приводит к интенсивному проскальзыванию трущихся элементов. Начало проскальзывания регистрировалось с помощью прерывателя, установленного на валу муфты сцепления. Отметки прерывателя через одну восьмую оборота записывались на ленту осциллографа. Так как скорость движения бумаги в осциллографе постоянна, то по изменению длины отметок можно определить начальный момент проскальзывания.

Скорость скольжения определялась по разности окружных скоростей маховика и ведомого элемента, которые определялись через числа оборотов маховика и вала муфты по обычной формуле  $v = \pi R \Delta n / 30$ , где  $R = (R_n - R_{вн}) / 2$  — средний радиус ведомого диска:  $\Delta = n_{дв} - n_{вед.эл}$  — разность числа оборотов двигателя ( $n_{дв}$ ) и ведомого элемента ( $n_{вед.эл}$ ).

Обороты двигателя и ведомого элемента (вала муфты сцепления) записывались с помощью тахогенераторов на ленту осциллографа. Максимальная скорость скольжения достигалась при



полном буксовании и составляла около 25 м/сек. Таким образом, в течение опыта скорость скольжения изменялась от нуля до 25 м/сек.

Влияние температурного фактора на процесс трения сводилось до минимума с помощью обдува муфты холодным (при температуре 4—6° С) воздухом. Поверхностная температура, регистрируемая с помощью термопар, записывалась на ленте осциллографа. Как показали испытания в процессе одного опыта, температура повышалась на 7—12°. После каждого эксперимента следовала пауза, в течение которой элементы пары трения остывали до начальной температуры.

Результаты экспериментов по исследованию зависимости коэффициента трения от скорости приведены на рис. 99. Каждая точка на графике является средним арифметическим результатов пяти измерений. Средняя линия проведена как среднее арифметическое между точками, лежащими в области, очерченной тонкими линиями. Коэффициент трения вычислялся по формуле

$$f = M_{\phi} / N R_{ср} i, \quad (6.9)$$

где  $M_{\phi}$  — измеренный момент трения;  $R$  — средний радиус фрикционной накладки;  $N$  — суммарное нажимное усилие;  $i$  — число пар трения.

Из графика видно, что с увеличением скорости скольжения от 1 до 25 м/сек коэффициент трения незначительно снижается.

Температура исследовалась при постоянном удельном давлении, которое можно было ступенчато изменять в разных опытах, и постоянной максимальной скорости скольжения, равной

25 м/сек. Оценка изменения момента трения с температурой производилась в режиме полного буксования в течение 6—7 сек. Промежуток времени был выбран таким потому, что в течение его на трущихся поверхностях температура достигала 260°С, дальнейшее повышение температуры было нежелательным, так как нагревание могло привести к порче фрикционных накладок. Режим полного буксования достигался аналогично такому режиму при исследовании зависимости коэффициента трения от скорости

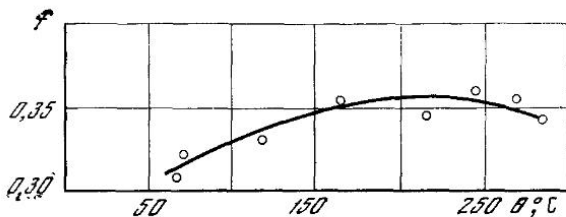


Рис. 100

скольжения. На ленте осциллографа фиксировались температура, момент трения, затем по формуле (6.9) подсчитывался коэффициент трения.

Результаты испытания приведены на рис. 100. По оси абсцисс отложены температуры, развивающиеся в определенный момент времени на поверхности фрикционной накладки, по оси ординат — коэффициенты трения, вычисленные на основании моментов, передаваемых муфтой в те же самые промежутки времени. Отдельными точками на графике изображены результаты экспериментов. Каждая точка является средним арифметическим результатов шести — семи измерений, при некоторой определенной температуре. Из рис. 100 следует, что при увеличении температуры от 20 до 260°С коэффициент трения увеличивается на 12%. Дальнейшее буксование муфты сцепления вызывало в некоторых случаях уменьшение момента, а следовательно, и коэффициента трения (рис. 100). Такое уменьшение объясняется, очевидно, тем, что при увеличении объемной температуры происходит размягчение и выдавливание на поверхность накладки связующего, которое служит как бы смазкой.

*Удельное давление.* Экспериментальное изучение зависимости коэффициента трения от удельного давления осуществлялось двумя путями:

1) определялся статический момент и коэффициент трения при изменении удельного давления (нажимного усилия) от 0,31 до 1,15 кгс/см<sup>2</sup> по ступеням 0,31; 0,468; 0,61; 1,09; 1,15;

2) находились момент и коэффициент трения при включении муфты, ведомая часть которой заторможена.

Экспериментальное определение коэффициента трения при различных давлениях в статических условиях производилось с целью исключения наложения влияния температуры и скорости скольжения на зависимость коэффициента трения от нагрузки.

Определение статического момента трения осуществлялось при неработающем двигателе с помощью рычага, закрепленного к фланцу вала муфты, и навешиваемых на рычаг грузов. Нагружение производилось до проскальзывания ведомых элементов.

Полученные экспериментальные значения  $f$  сравнивались со значениями коэффициента трения, вычисленными по формуле (6. 9). Значения параметров, необходимые для расчета деформационной составляющей коэффициента трения, брались из профи-

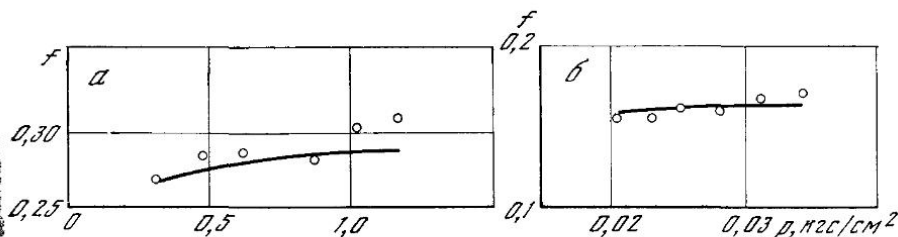


Рис. 101. Зависимость коэффициента трения в муфте сцепления от номинального давления

а — в статике; б — в динамике

лограммы, снятой с трущихся поверхностей, и были следующими:  $v = 2$ ,  $b = 4$ ,  $h_{\max} = 12,5 \text{ мк}$ ,  $R = 30 \text{ мк}$ . Величина молекулярной составляющей определялась вычитанием деформационной составляющей коэффициента трения из общего коэффициента при одном выбранном произвольно удельном давлении и принималась в дальнейшем постоянной и равной  $f_m = 0,17$ . Результаты сравнения приведены на рис. 101, где точками указаны экспериментальные данные. Каждая точка является средним арифметическим результатов 20 экспериментально найденных коэффициентов трения. Сплошной линией изображены расчетные значения коэффициентов трения при молекулярной составляющей  $f_m = 0,17$ . Из рис. 101 видно, что расчетные данные удовлетворительно совпадают с условиями эксперимента. При увеличении давления в 3,8 раза расчетный коэффициент увеличивается в 1,19 раза, а экспериментальный — в 1,16 раза.

Во время определения момента трения муфты в режиме полного буксования ведомая часть муфты была заторможена. Перед проведением эксперимента муфта находится в разомкнутом состоянии. По мере включения муфты сцепления происходит нарастание нажимного усилия с одновременным нарастанием момента трения.

Максимальное усилие на валике будет в начале включения муфты сцепления (когда поверхности трения разъединены), а при полном включении, т. е. при максимальном моменте трения муфты, оно будет равняться нулю, это объясняется конструкцией муфты. Муфта устроена таким образом, что для разъединения по-

верхностей трения необходимо сначала преодолеть сопротивление пружин, равное нажимному усилию, и трение в элементах рычажной передачи от валика вилки до нажимного диска. Однако уловить момент времени, при котором нажимное усилие достигает нуля, представляло значительную трудность, поэтому разьединение трущихся поверхностей происходило с гарантированным зазором, предусмотренным техническими условиями. Для того чтобы сформировать пружины на величину этого зазора, требуется обычно большее усилие, что отчетливо видно из осциллографической записи процесса включения. Поэтому в дальнейшем при обработке осциллограмм учитывалось пережатие нажимных пружин, вызванное выбором зазора, и расшифровка лент осуществлялась с того времени, когда момент трения достигал своей максимальной величины.

Температура во время испытаний изменялась незначительно, от 40 до 70° С, поэтому ее влиянием пренебрегали. На ленте осциллографа одновременно записывались момент трения и нажимное усилие. Одновременная запись момента трения и нажимного усилия во времени позволяла судить о принципиальной зависимости момента трения от удельного давления.

Испытания показали, что с увеличением давления средний статический коэффициент трения незначительно возрастает. При увеличении давления в 3,8 раза средний коэффициент трения увеличивался в 1,16 раза.

Экспериментальный коэффициент трения определялся по формуле (6.9) через момент трения и средний радиус.

При сравнении экспериментальных данных с расчетными величины  $h_{\max}$ ,  $R$  брались с профилограмм и были приблизительно равны их значениям в случае определения статического коэффициента трения. Молекулярная составляющая, как и в случае, приведенном выше, определялась вычитанием из экспериментального коэффициента трения деформационной составляющей, определенной расчетным путем при одном произвольно выбранном удельном давлении. В дальнейшем молекулярная составляющая коэффициента трения принималась постоянной и равной 0,11—0,14.

Молекулярная составляющая коэффициента трения при включении значительно меньше молекулярной составляющей в случае статического коэффициента трения. Это, очевидно, объясняется интенсивным поверхностным нагревом накладок в процессе включения, вызывающем уменьшение прочности на срез молекулярных соединений и тем самым молекулярной составляющей коэффициента трения.

Результаты сравнений расчетной формулы с экспериментом приведены на рис. 101, б. Каждая точка определялась как среднее арифметическое результатов пяти—шести испытаний. Из рис. 101 следует, что расхождение расчетных данных с экспериментом находится в пределах 10—30%, что является вполне удовлетво-



рительным. Причем последнее значение соответствует очень маленькому значению крутящего момента и возможна ошибка в измерении в результате малой чувствительности датчиков.

Проведенные эксплуатационные испытания показали, что в процессе включения муфты передаваемый муфтой момент можно рассчитывать по формуле (6.7).

Таким образом, момент, передаваемый муфтой трения, рассчитанный на основании исследований, приведенных в главе 5, достаточно хорошо описывает результаты натуральных испытаний.

Широкая экспериментальная проверка трехчленной формулы для определения коэффициента трения показывает, что она применима для вычисления коэффициента трения в широком диапазоне условий эксперимента и натуральных испытаний.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
Глава 1. Теоретические исследования процесса внешнего трения . .	5
Глава 2. Геометрия фрикционного контакта . . . . .	21
§ 1. Контактное взаимодействие твердых тел . . . . .	21
§ 2. Сферическая модель микронеровностей поверхности . . . .	27
§ 3. Физико-механические свойства поверхностных слоев . . . .	33
§ 4. Зависимость фактической площади касания в состоянии насыщения контакта от сближения и нагрузки . . . . .	36
§ 5. Фактическая площадь касания поверхности твердых тел при скольжении . . . . .	47
§ 6. Соотношение фактических площадей касания и сближения между поверхностями твердых тел в статике и при скольжении . . . . .	53
§ 7. Экспериментальное изучение фактической площади касания . . . . .	56
§ 8. Контактное предварительное смещение . . . . .	64
Глава 3. Тангенциальное сопротивление скольжению единичной неровности по деформируемому полупространству . . . . .	75
§ 1. Взаимодействие твердых тел при скольжении . . . . .	75
§ 2. Определение нормальных напряжений в произвольной точке на поверхности индентора . . . . .	81
§ 3. Силы, действующие на индентор при отсутствии тангенциальных напряжений на границе раздела индентор — деформируемый материал . . . . .	88
§ 4. Силы, действующие на индентор при наличии межмолекулярных взаимодействий в зоне контакта . . . . .	91
§ 5. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя для единичной неровности от величины внедрения . . . . .	97
§ 6. Влияние нормальной нагрузки на коэффициент внешнего трения покоя единичной неровности . . . . .	100
Глава 4. Экспериментальное исследование коэффициента внешнего трения покоя единичного индентора . . . . .	104
§ 1. Методы определения молекулярной составляющей коэффициента трения . . . . .	104
§ 2. Способ непосредственного определения касательных напряжений на границе раздела твердых тел при внешнем трении . . . . .	110

§ 3. Методика проведения экспериментов . . . . .	121
§ 4. Зависимость средних касательных напряжений, обусловленных межмолекулярными взаимодействиями, от нормальной нагрузки и диаметра индентора . . . . .	129
§ 5. Влияние нормального давления на средние касательные напряжения, обусловленные межмолекулярными взаимодействиями . . . . .	136
§ 6. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от опосительной глубины внедрения, нормальной нагрузки и твердости более мягкого материала трущейся пары . . .	141
<b>Глава 5. Тангенциальное сопротивление скольжению твердого тела с шероховатой поверхностью по деформируемому полупространству . . . . .</b>	<b>153</b>
1. Зависимость силы трения и коэффициента внешнего трения покоя от сближения . . . . .	153
§ 2. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от нормальной нагрузки . . . . .	167
§ 3. О соотношении между молекулярной и деформационной составляющими коэффициента внешнего трения покоя . . .	179
§ 4. Коэффициент внешнего трения покоя как функция физико-механических свойств материала . . . . .	181
§ 5. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от микро топографии поверхности . . . . .	186
§ 6. Зависимость коэффициента внешнего трения покоя от температуры . . . . .	191
<b>Глава 6. Расчет коэффициентов трения покоя в реальных узлах . .</b>	<b>195</b>
§ 1. Расчет фрикционных дисковых муфт сцепления . . . . .	195
§ 2. Анализ микрогеометрии поверхностей фрикционных элементов муфт сцепления . . . . .	200
§ 3. Оборудование и методика испытаний . . . . .	201
§ 4. Зависимость коэффициента трения от скорости скольжения, температуры и удельного давления . . . . .	204
<b>Литература . . . . .</b>	<b>210</b>